Pós Graduação – INATEL

Modulação Digital

Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva

Agenda

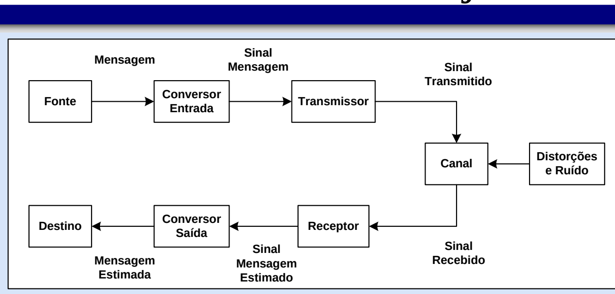
- Motivos e objetivos
- Revisão de sinais e sistemas
- Revisão Probabilidade e Variáveis aleatórias
- Sistemas de comunicações
- Transmissão Digital em Banda Base.
- Princípios de Modulação Digital.
- Transmissão Digital em Banda Passante

Motivos e Objetivos

• Necessidade de comunicação rápida e eficiente a longas distâncias.

• Utilização de sinais elétricos que podem ser irradiados a elevadas distâncias com velocidades proporcionais à velocidade da luz.

Motivos e Objetivos



- **Fonte**: Gera a mensagem.
- **Conversor entrada**: Converte a mensagem em uma sinal elétrico correspondente.
- **Transmissor**: Altera o sinal de entrada, na tentativa de adequá-lo ao canal de transmissão.
- **Canal**: Meio de propagação que distorce e degrada o sinal transmitido.
- **Receptor**: Responsável por tentar recuperar o sinal compensando os efeitos do canal.
- **Conversor de saída**: Converte o sinal recuperado no formato de mensagem original.
- **Destino**: Recebe a mensagem recuperada.

Classificação de sinais

- **Sinais de tempo contínuo** são sinais definidos para cada instante de tempo. Pode assumir um número infinito de instantes de tempo. $x(t)$.

- **Sinais de tempo discreto** são sinais definidos em apenas alguns instantes discretos. Pode assumir um número finito de instantes de tempo. $x[n]$.

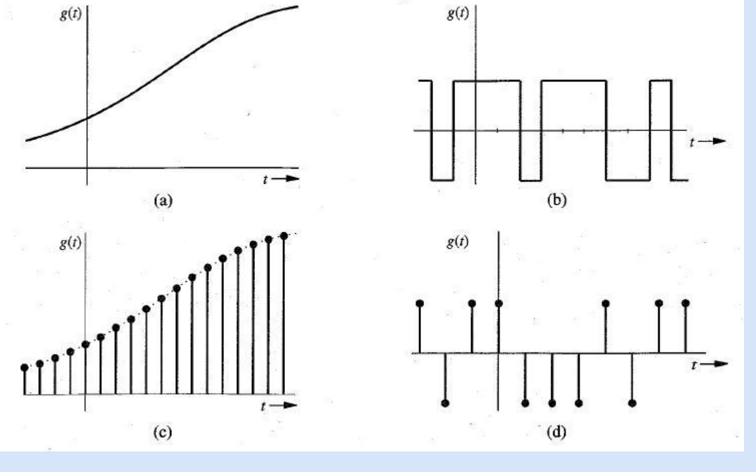
- **Sinais de amplitude contínua (Analógicos)** são sinais cuja amplitude pode assumir qualquer valor dentro de uma faixa contínua. Pode assumir um número infinito de valores.

- **Sinais de amplitude discreta (Digitais)** são sinais cuja amplitude pode assumir somente um número finito de valores.

Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Classificação de sinais

- 1º Exercício: Classifique os sinais abaixo.

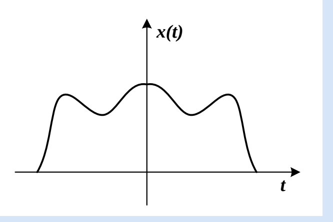


Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Classificação de sinais

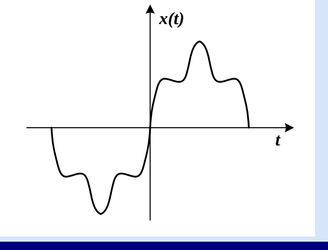
- **Sinal par**: Um sinal é dito par se atende a condição,

  $x(-t) = x(t)$.



- **Sinais ímpar**: Um sinal é dito ímpar se atende a condição,

  $x(-t) = -x(t)$.



Classificação de sinais

- **Sinais reais** são sinais definidos dentro do conjunto dos números reais, ou seja, podem assumir qualquer valor real.
- **Sinais complexos** são sinais definidos dentro do conjunto dos números complexos e possuem uma componente real e uma componente imaginária.
- $x(t) = x_r(t) + jx_i(t)$
- onde, $x_r(t)$ e $x_i(t)$, são sinais reais de tempo contínuo e $j = \sqrt{-1}$.

  $x_r(t)$ é um sinal par e $x_i(t)$ é um sinal ímpar.

$$|x(t)| = \sqrt{x_r^2(t) + x_i^2(t)} \quad , \quad \theta(t) = arctg\left(\frac{x_i(t)}{x_r(t)}\right)$$

$|x(t)|$ é um sinal par e $\theta(t)$ é um sinal ímpar.

Classificação de sinais

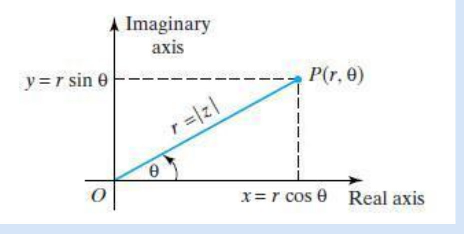
- Considere um numero complexo $z = x + jy$.

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x = r\cos(\theta)$$

$$\theta = arctg\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$y = r\,\mathrm{sen}(\theta)$$



$$z = r(\cos(\theta) + j\mathrm{sen}(\theta))$$

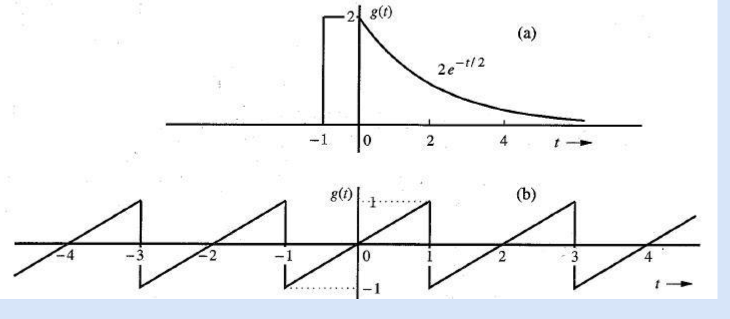
$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\mathrm{sen}(\theta)$$

$$z = re^{j\theta}$$

Classificação de sinais

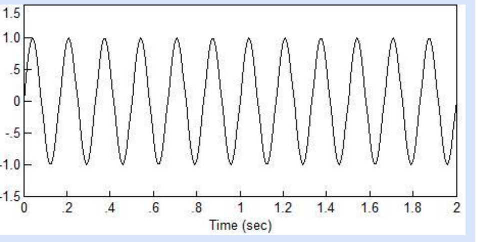
- **Sinal não periódico**: Um sinal é dito não periódico se a condição de periodicidade não é satisfeita.

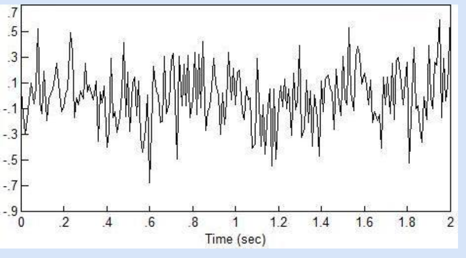
- **Sinal periódico**: Um sinal é dito periódico se existe um valor constante positivo T_0 para o qual, $x(t) = x(t+T_0)$, para todo t.



Classificação de sinais

- **Sinal determinístico**: É aquele cuja descrição é completamente conhecida e geralmente definido por uma expressão, na qual é possível obter o resultado para qualquer valor de *t*.





- **Sinal aleatório**: É aquele descrito apenas em termos probabilísticos, não sendo possível determinar o valor em um dado instante de tempo *t*.

Classificação de sinais

- A energia de um sinal pode ser calculada pela expressão,

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} \left| x^2(t) \right| dt$$

- A potência média de um sinal, ou seja, o valor médio quadrático, pode ser calculada pela expressão,

$$P_x = \lim_{T_0 \to \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \left| x^2(t) \right| dt$$

Classificação de sinais

- **Sinal de energia**: É aquele que apresenta uma energia finita e uma potencia média nula.

$$0 < E_x < \infty \quad , \quad P_x = 0$$

- **Sinal de potência**: É aquele que apresenta uma potência finita e uma energia infinita.

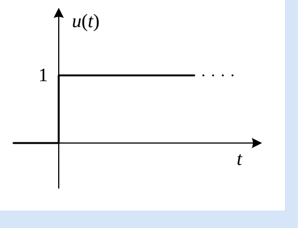
$$0 < P_x < \infty \quad , \quad E_x = \infty$$

- Todo sinal observado na vida real pode ser considerado um sinal de energia. Um sinal de potência, por outro lado, deveria necessariamente ter duração infinita e energia infinita.

Sinais importantes

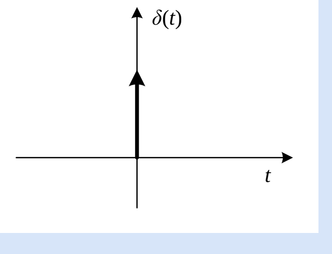
- **Função degrau unitário**

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$



- **Função impulso unitário**

$$\delta(t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

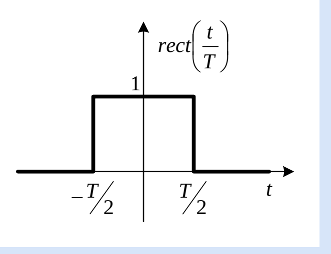


Sinais importantes

- **Função retangular**

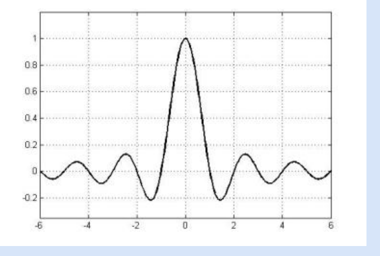
$$rect\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1, & |t| \le T/2 \\ 0, & |t| > T/2 \end{cases}$$

$$rect\left(\frac{t}{T}\right) = u\left(t + T/2\right) - u\left(t - T/2\right)$$



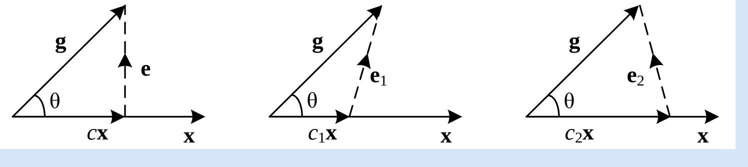
- **Função sinc**

$$\text{sinc}(t) = \begin{cases} \dfrac{\text{sen}(\pi t)}{\pi t}, & t \neq 0 \\ 1 \quad , & t = 0 \end{cases}$$



Sinais e vetores

- Um vetor pode ser representado pelo somatório de seus componentes em uma variedade de modos, dependendo da escolha do sistema de coordenadas.



$$\mathbf{g} = c\mathbf{x} + \mathbf{e} = c_1\mathbf{x} + \mathbf{e}_1 = c_2\mathbf{x} + \mathbf{e}_2$$

$$\mathbf{g} \cdot \mathbf{x} = |\mathbf{g}||\mathbf{x}|\cos\theta \qquad c = \frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{x}}{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}} = \frac{1}{|\mathbf{x}|^2}\mathbf{g} \cdot \mathbf{x}$$

Sinais e vetores

- Existe uma analogia perfeita entre vetores e sinais que permite aplicar a mesma abordagem aos sinais. Ao trabalhar com sinais é necessário definir um intervalo de duração dos sinais $[t_1, t_2]$.

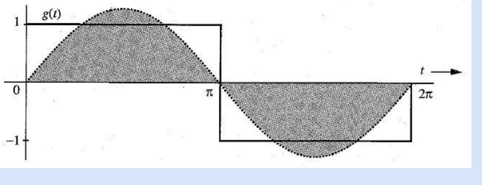
$$g(t) = cx(t) + e(t) \qquad E_e = \int_{t_1}^{t_2} e^2(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} [g(t) - cx(t)]^2 dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2} g(t)x(t)dt \qquad c = \frac{\int_{t_1}^{t_2} g(t)x(t)dt}{\int_{t_1}^{t_2} x^2(t)dt} = \frac{1}{E_x}\int_{t_1}^{t_2} g(t)x(t)dt$$

Sinais e vetores

- 2º Exercício: Determine o valor de c para obter a melhor aproximação da função $g(t)$ em termos da função sen(t), $g(t) \cong c\,\text{sen}(t)$, ambas definidas no intervalo [0, 2π].

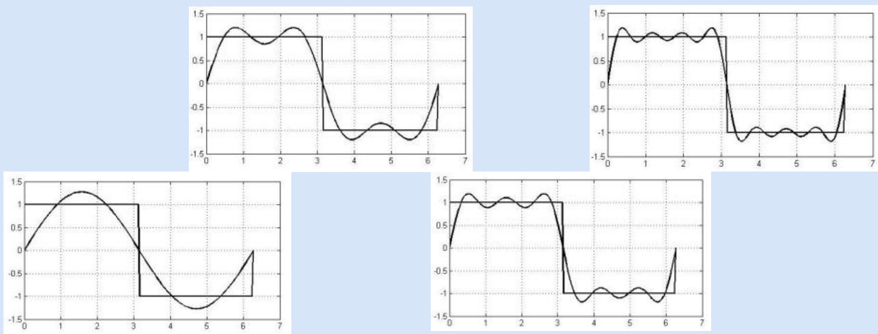
$$g(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < \pi \\ -1, & \pi < t < 2\pi \end{cases} \qquad c = ?$$



- Atividade complementar: Determine o valor da energia erro.

Sinais e vetores

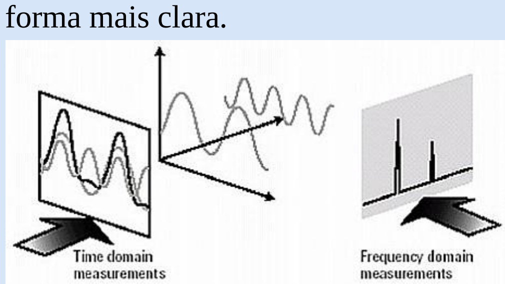
- Ao aumentar a quantidade de funções usadas na representação de $g(t)$, é possível diminuir o valor da energia do erro.



- Esta representação pode ser interpretada como um processo de decomposição do sinal $g(t)$, em funções senoidais sen((2n-1)t).

Análise de sinais

- A análise de sinais geralmente é realizada em dois domínios visando obter uma compreensão mais ampla de seu comportamento e sua composição.
- **Domínio do tempo**: permite analisar o comportamento do sinal ao longo de um período de tempo.
- **Domínio da frequência**: permite analisar a composição espectral de um sinal de forma mais clara.



Análise de sinais

- A série de Fourier permite a representação de sinais periódicos através de uma combinação linear de:
- Senos e cossenos (Série Trigonométrica de Fourier).

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \mathrm{sen}(n\omega_0 t)\right), \quad \left(-T/2 < t < T/2\right)$$

$$a_n = \frac{\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\cos(n\omega_0 t)\,dt}{\int_{-T/2}^{T/2} \cos^2(n\omega_0 t)\,dt} \qquad b_n = \frac{\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\mathrm{sen}(n\omega_0 t)\,dt}{\int_{-T/2}^{T/2} \mathrm{sen}^2(n\omega_0 t)\,dt}$$

Análise de sinais

- Senos e cossenos (Série Trigonométrica Compacta de Fourier).

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(c_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)\right), \quad \left(-T/2 < t < T/2\right)$$

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \qquad \varphi_n = -\mathrm{arctg}\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

Análise de sinais

- Exponenciais complexas (Série Exponencial Complexa de Fourier).

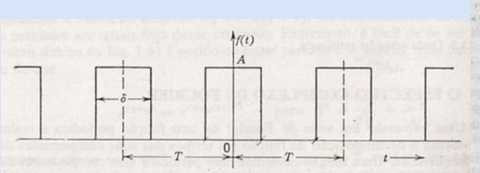
$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega_0 t}, \quad \left(-T/2 < t < T/2\right)$$

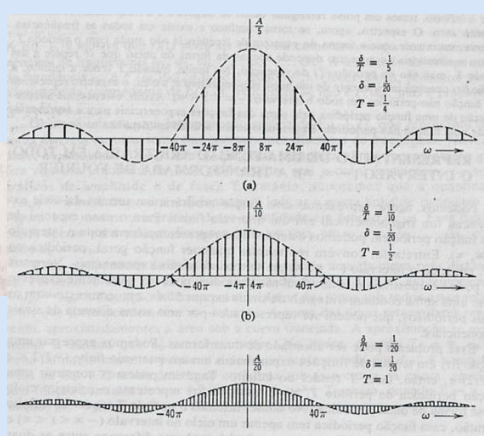
$$X_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t}\, dt$$

- As séries de Fourier são utilizadas para representar sinais periódicos. Assim,

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega_0 t}, \quad \left(-\infty < t < \infty\right)$$

Análise de sinais





Análise de sinais

- A representação de sinais não periódicos pode ser realizada através da transformada de Fourier.
- Transformada inversa de Fourier

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t}d\omega, \quad (-\infty < t < \infty)$$

- Transformada direta de Fourier

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt, \quad (-\infty < t < \infty)$$

- $X(\omega)$ é a função densidade espectral.

Análise de sinais

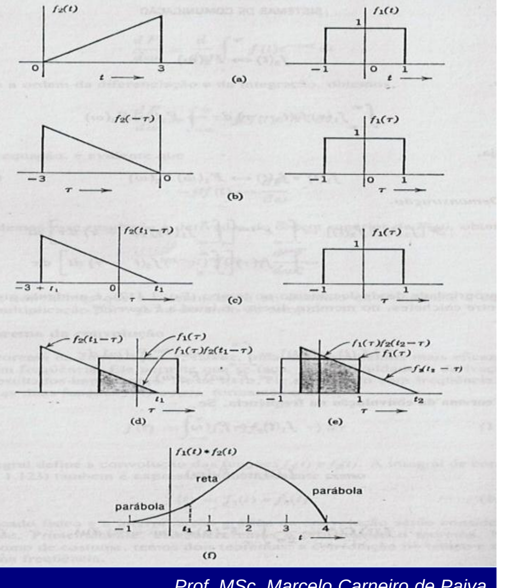
- Convolução

$$f(t) = f_1(t) * f_2(t)$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau)d\tau$$

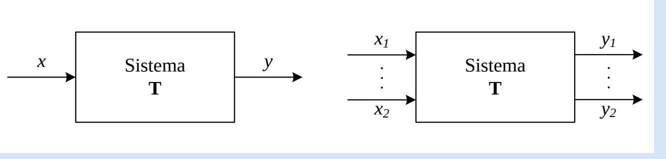
$$f(t) * g(t) \leftrightarrow F(\omega)\cdot G(\omega)$$

$$f(t)\cdot g(t) \leftrightarrow F(\omega) * G(\omega)$$



Sistemas

- Um **Sistema** é um modelo matemático de um processo físico que relaciona o sinal de entrada (excitação) com o sinal de saída (resposta).

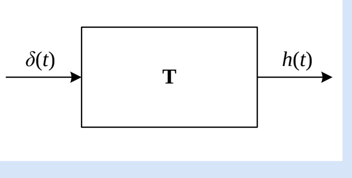


$$y = \mathbf{T}x$$

- Tempo contínuo ou tempo discreto;
- Com memória ou sem memória;
- Causal ou não causal;
- Linear ou não linear;
- Variante no tempo ou Invariante no tempo;

Sistemas LTI

- Sistemas lineares e invariantes no tempo.
  - Resposta ao impulso



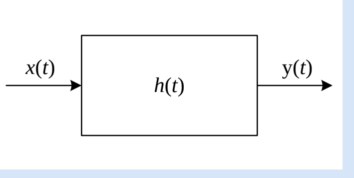
$$h(t) = \mathbf{T}\{\delta(\mathrm{t})\}$$

$$y(t) = \delta(t) * h(t) = h(t), \qquad \delta(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$$

- Representação de sinais em termos de impulsos (propriedade do peneiramento).

Sistemas LTI

- Sistemas lineares e invariantes no tempo.
  - Resposta a uma entrada arbitrária

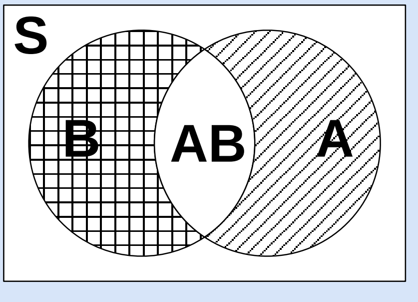


$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$Y(\omega) = X(\omega)H(\omega)$$

Probabilidade

- Noções básicas de probabilidade
  - Diagrama de Venn: permite realizar uma representação gráfica dos conjuntos e/ou sua probabilidade de ocorrência.



Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

Probabilidade

- Axiomas da Probabilidade
  - Para qualquer evento *A*, $P[A] \geq 0$.
  - Se *S* é o espaço amostral, então, $P[S] = 1$.
  - $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[AB]$.

Exemplo: Seja o espaço amostral de um dado. $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Então: $P[S] = P[1] + P[2] + P[3] + P[4] + P[5] + P[6] = 1$. Logo,

$$P[S] = \sum_{i=1}^{6} P[s_i] = 1$$

"A probabilidade é sempre um número entre 0 e 1."

Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

Probabilidade

- Seja um evento $B=\{\text{números pares}\}$. Logo B = ? Qual é $P[B]$?
$P[B] = P[2] + P[4] + P[6]$.

- Seja um evento $C=\{\text{números menores ou igual a 2}\}$. C=? Qual é $P[C]$?

  $P[C] = P[1] + P[2]$.

- Seja $D = B \cup C$. Logo D=? Qual é $P[D]$?
  $P[D] = P[B \cup C] = P[B] + P[C] - P[BC] =$
  $P[D] = P[2] + P[4] + P[6] + P[1] + P[2] - P[2]$
  $P[D] = P[1] + P[2] + P[4] + P[6]$.

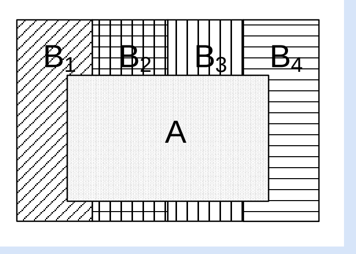
Probabilidade

- Eventos Mutuamente Exclusivos: são aqueles que nunca acontecem ao mesmo tempo.

  Exemplo: A={números pares} e B={números ímpares}.

  Se A e B são mutuamente exclusivos, então $P[AB]=0$.

- Probabilidade de eventos conjuntos: considere o diagrama de Venn.
- Qual é a $P[A]$?



$P[A]=P[AB_1] + P[AB_2] + P[AB_3] + P[AB_4]$

$$P[A] = \sum_{i=1}^{4} P[AB_i]$$

Note que *Bi* e *Bj* são mutuamente exclusivos!

Probabilidade

- Eventos Independentes: dois eventos são independentes somente se a probabilidade de ocorrência de um evento não alterar a probabilidade de ocorrência do outro evento.

  $P[AB]=P[A] \times P[B]$ somente se A e B forem independentes.

- Probabilidade Condicional: é a probabilidade de ocorrência de um evento, sabendo-se que outro evento já aconteceu.
  Exemplo:
  Qual é a probabilidade de um pneu novo estourar?
  Qual é a probabilidade de um pneu novo estourar, dado que existem pregos na pista?
  Qual é $P[A/B]$, quando A e B são independentes?

Probabilidade

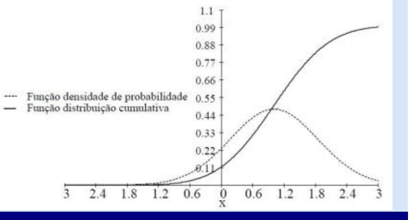
- Variáveis aleatórias: são variáveis cujo valor em um dado instante de tempo não pode ser determinado. No entanto é possível determinar a probabilidade do valor desta variável estar dentro de uma faixa de valores.

Parâmetros de uma V. A.

a) Função densidade de probabilidade (f.d.p.) - $f_X(x)$: mostra como os valores que a variável pode assumir estão distribuídos.

b) Função distribuição cumulativa (F.D.C.) - $F_X(x)$: mostra a probabilidade de uma variável assumir um valor maior do que x.

$$F_X(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^{x} f_X(y)dy$$



Probabilidade

- Média: é o valor médio da variável aleatória, também conhecido como valor esperado. Equivale ao nível DC, se a variável aleatória for um sinal elétrico.

$$E[X] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i \cdot P[X = x_i] \qquad E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x)dx$$

- Desvio padrão: é uma medida de quanto a variável aleatória pode se distanciar da média. Pode ser interpretado como sendo a tensão RMS, se a V.A for um sinal elétrico.

$$\sigma = \sqrt{E[(X-\mu)^2]} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2} \qquad \sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)^2 \cdot f_X(x)dx}$$

Probabilidade

- Variância: é o quadrado do desvio padrão. Pode ser associado à potência AC do sinal.

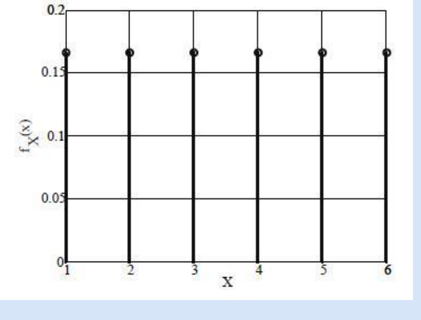
$$\sigma^2 = E[X^2] - E[X]^2$$

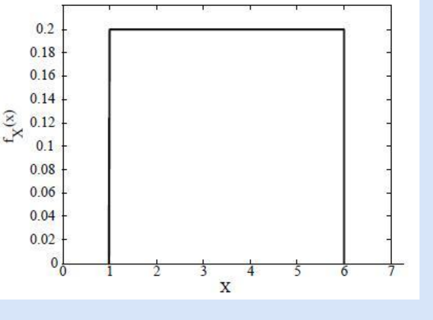
$$E[X^2] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i^2 \cdot P[X = x_i] \qquad E[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f_X(x)dx$$

Probabilidade

- Alguns tipos de variáveis aleatórias.
- Distribuição uniforme

$$f_X = \frac{1}{N}, \quad X \in \{x_0, x_1, x_2, ..., x_{N-1}\} \qquad f_X = \frac{1}{b-a}, \quad a \le X \le b$$

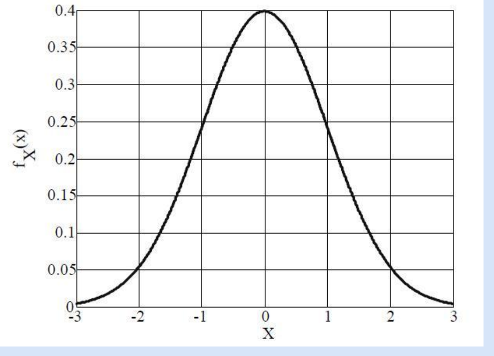




Probabilidade

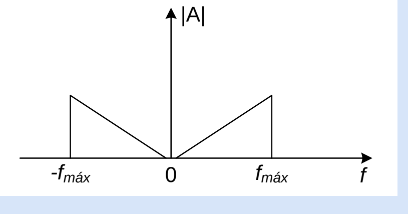
- Distribuição Gaussiana

$$f_X = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \qquad \mu = E[X] \qquad \sigma^2 = E[X^2] - E[X]^2$$



Banda base x banda passante

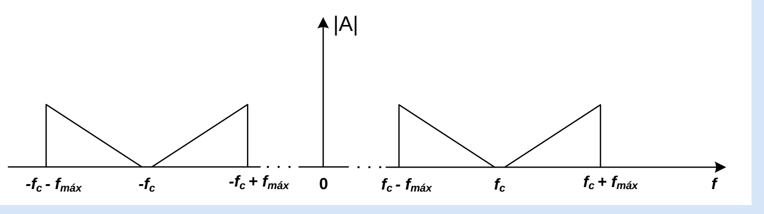
- **Banda-base** é o termo usado para designar a banda de frequências de um sinal gerado por uma fonte ou um transdutor de sinal e se concentra em torno da freqüência zero. Exemplos: sinal audível, sinal de vídeo, sequência de bits.
- Na transmissão em banda-base o espectro do sinal se concentra em torno da freqüência zero.



Banda base x banda passante

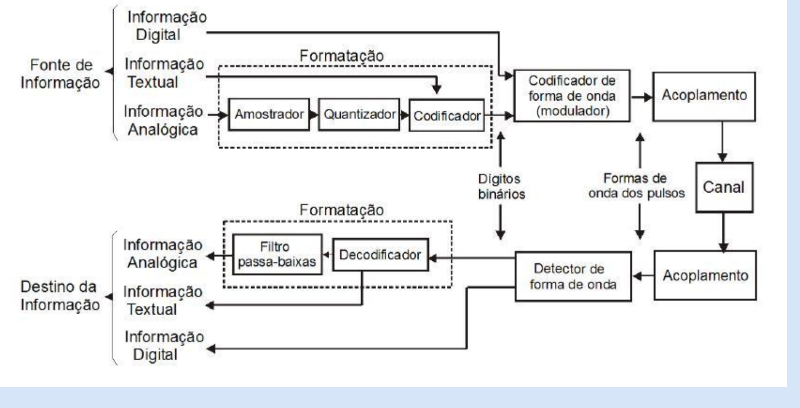
- **Banda-passante** ou **passa-faixa** é o termo usado para designar uma banda de frequências ocupada por um sinal transladado e ou filtrado e se concentra em torno de uma frequência f_c. Exemplos: Sinal de áudio modulado, sinal de vídeo modulado, etc.

- Na transmissão em banda-passante, o espectro do sinal modulado/filtrado se concentra em torno de uma freqüência f_c.



Transmissão digital banda base

- Sistema de comunicação em banda-base.



Fontes de informação

- As fontes de informação em um sistema de comunicação digital são os dispositivos que geram os dados que devem ser transmitidos.

- Toda fonte de informação de um sistema de comunicação digital deve ter um número discreto de símbolos.

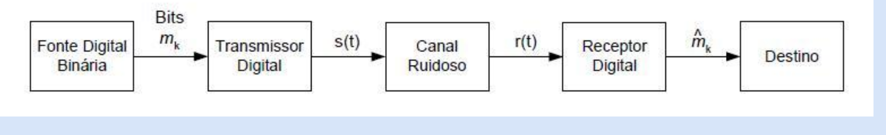
- Algumas fontes são discretas por natureza.

- Outras possuem um número infinito de símbolos. Essas fontes devem ser discretizadas.

- Tipos de fontes: binárias, *m*-árias e analógicas

Fontes binárias

- Fontes binárias: são aquelas que somente geram dois tipos de símbolos. Exemplo: computador.
- Os dados emitidos por esta fonte não precisam sofrer maiores processamentos para serem transmitidos por um sistema de comunicação digital.



Fontes discretas

• Fontes discretas ou fontes *m*-árias; são aquelas que podem emitir até *M* símbolos diferentes. Exemplo: texto.

• Os símbolos emitidos por esta fonte devem ser *codificados* em bits.

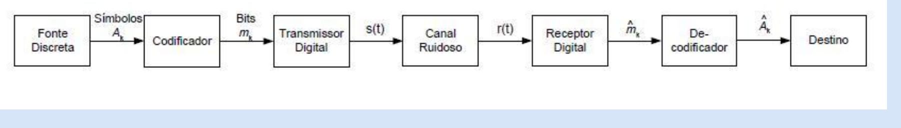
• A quantidade de bits necessária para codificar uma fonte com *M* símbolos é:

$$m = \lceil \log_2(M) \rceil$$

• Exemplo: qual é a quantidade de bits necessária para representar o nosso alfabeto?

Fontes discretas

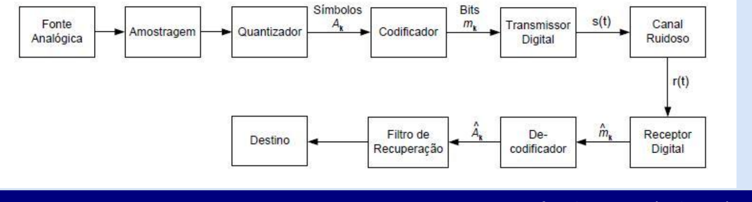
• O dispositivo responsável em atribuir os bits aos símbolos da fonte é conhecido como codificador.



• Exemplo: assuma que a fonte de informação seja um dado. Proponha uma tabela de codificação para que os símbolos gerados por esta fonte possam ser transmitidos por um sistema de comunicação digital.

Fontes analógicas

- Fontes Analógicas: são aquelas que geram sinais com uma quantidade infinita de amplitudes e devem ser digitalizadas para que os dados possam ser transmitidos em um sistema de comunicação digital. Exemplo: câmera de vídeo ou microfone.
- A digitalização consiste de dois passos:
  - Amostragem: consiste em discretizar o sinal no domínio do tempo. Esse processo não introduz distorções no sinal.
  - Quantização: consiste em limitar a amplitude das amostras em *M* níveis possíveis. Esse processo introduz uma distorção denominada de ruído de quantização.



Fontes analógicas - Amostragem

- Amostragem: consiste em pegar o valor da amplitude do sinal a cada T_S segundos, que é chamado de período de amostragem.

$$f_S = \frac{1}{T_S}$$

- Teorema de Nyquist: "Todo sinal analógico limitado em banda pode ser perfeitamente representada por suas amostras, desde que estas sejam tomadas a taxa de amostragem dada por

$$f_S \geq 2 f_{MÁX}$$

onde, fs é a freqüência de amostragem e $f_{MÁX}$ é a máxima freqüência do sinal analógico."

Fontes analógicas - Quantização

- Quantização: é processo no qual o valor da amplitude das amostras é discretizado.

- Um quantizador permite apenas N_Q níveis de amplitude em sua saída.

- O número de bits necessários para representar cada uma das amostras é $q = \log_2(N_Q)$, ou seja, o número total de níveis possíveis com q bits é $N_Q = 2^q$.

- A quantização insere uma distorção que não pode ser mais removida do sinal.

Fontes analógicas - Quantização

- A distorção inserida no processo de quantização pode ser modelada como um ruído de potência:

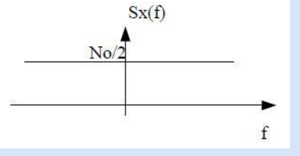
$$\sigma_Q^2 = \frac{\Delta^2}{12}$$

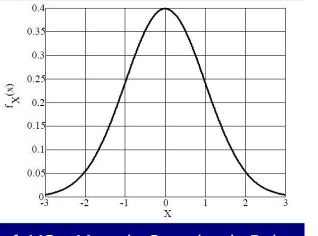
- A taxa de bits mínima para representar essa fonte analógica é limitada pelo Teorema de Nyquist e pelo número de amostras na saída do quantizador.

$$R_b \geq 2 \cdot \log_2\left(N_Q\right) \cdot f_{MÁX}$$

Ruído AWGN

- AWGN – Additive White Gaussian Noise: ruído branco aditivo com distribuição gaussiana.
- Características:
  - Largura de faixa infinita.
  - Densidade Espectral de potência constante em toda a banda.





  - Distribuição gaussiana caracterizada por:

  média nula e variância, $\sigma^2 = \dfrac{N_0}{2}$.

Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

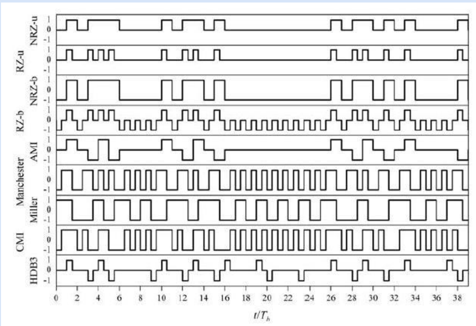
Transmissão digital banda base

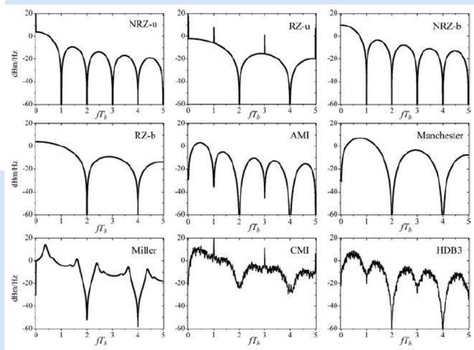
- Cada canal de comunicação tem suas características particulares em termos de resposta em freqüência e ruído.
- Características importantes na relação entre o canal e sinal.
  - Componente DC;
  - Sincronismo;
  - Largura de faixa;
  - Ruído;
- O codificador de forma de onda tem o objetivo de adequar o sinal digital ao canal, gerando a forma de onda de transmissão (pulso).

Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Transmissão digital banda base

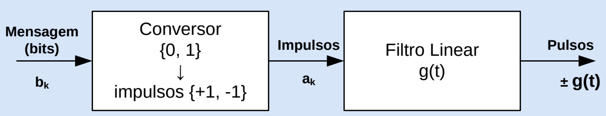
- Códigos de linha





Transmissão digital banda base

- Diagrama em blocos simplificado de um transmissor utilizando sinalização binária antipodal, onde um bit é representado por um pulso $+g(t)$ e o outro bit por um pulso $-g(t)$.



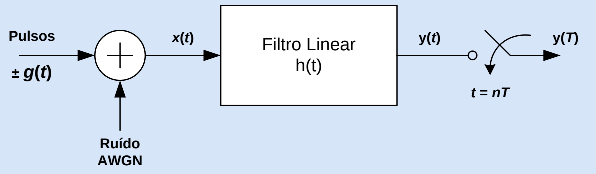
- Exemplo. Represente os seguintes bits modulados (1011001), para:

  a) $g(t) = 1; \quad 0<t<1$.

  b) $g(t) = t; \quad 0<t<1$.

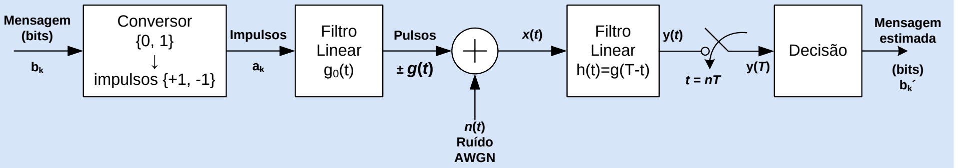
  A fonte emite um bit a cada segundo.

Transmissão digital banda base



- Os pulsos transmitidos serão contaminados pelo ruído AWGN no canal de comunicação, $x(t)$.
- A função do receptor é detectar de maneira ótima o sinal imerso no ruído do canal. Maneira ótima significa maximizar a relação sinal ruído e consequentemente alcançar a menor BER.
- Para a detecção ótima deve-se utilizar o filtro casado, com resposta ao impulso $h(t) = g(T-t)$.

Transmissão digital banda base

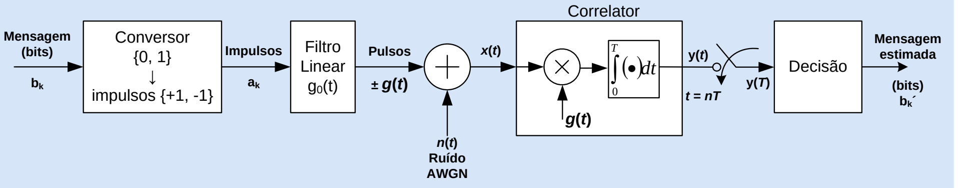


- Com o filtro casado, a relação sinal-ruído é: $\eta = \dfrac{2E}{N_0}$.
- Nota-se que o desempenho do sistema não depende do formato do pulso, mas sim da energia deste pulso.
- Exemplo. Determine o formato da resposta ao impulso do filtro de recepção, $h(t)$, para:

  a) $g(t) = 1; \quad 0<t<1.$

  b) $g(t) = t; \quad 0<t<1$

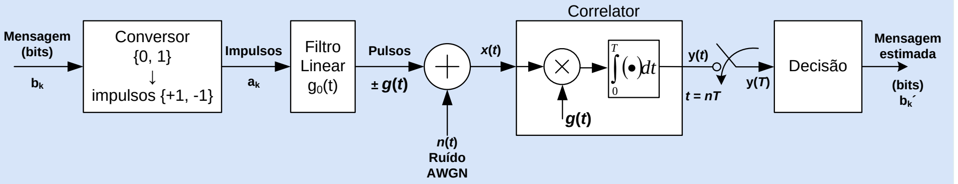
Transmissão digital banda base



- O filtro casado pode ser substituído por um correlator sem perda de desempenho, desde que os sinais sejam amostrados no instante de tempo correto.
- Em , $t = nT$, as amostras na saída do correlator apresentam a mesma relação sinal-ruído na saída do filtro casado.
- Nos casos onde o pulso $g(t)$ não está confinado num intervalo de T segundos, o correlator proporcionará desempenho inferior ao correspondente filtro casado, pois realizará a integral em um intervalo menor que a duração do pulso.

Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Transmissão digital banda base



- Considerando: $g(t) = \begin{cases} A, & 0 < t < 1 \\ 0, & 1 < \mathrm{t} < 0 \end{cases}$

$$y(t) = \int_0^T x(t)g(t)dt = \int_0^T [\pm g(t) + n(t)]g(t)dt = \int_0^T [\pm A + n(t)]Adt$$

$$y(T) = \pm A^2 T + A\int_0^T n(t)dt$$

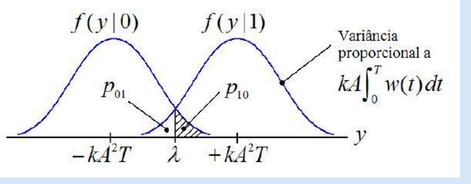
Parcela referente ao sinal transmitido

Parcela de caráter aleatório decorrente do ruído AWGN

Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Transmissão digital banda base

- A variável de decisão, *y*, apresenta o seguinte comportamento:



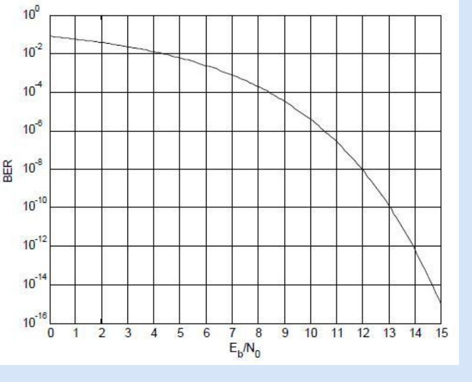
$$P_e = p_{01}p_1 + p_{10}p_0$$

$$p_{10} = \int_{\lambda}^{\infty} f(y\,|\,0)dy = \frac{1}{2}erfc\left(\frac{\sqrt{A^2T}+\lambda}{\sqrt{N_0}}\right) \qquad p_{01} = \int_{-\infty}^{\lambda} f(y\,|\,1)dy = \frac{1}{2}erfc\left(\frac{\sqrt{A^2T}-\lambda}{\sqrt{N_0}}\right)$$

$$P_e = \frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

Transmissão digital banda base

$$P_e = \frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

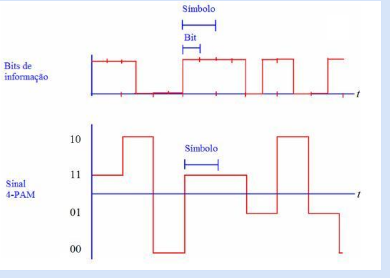


- Exemplo: Determine a potência média de recepção para um sistema com sinalização NRZ bipolar operando com taxa de 300kbps com uma BER = $1x10^{-3}$, num canal com $N_0 = 10^{-6}$ [W/Hz].

Sinalização M-PAM

- M-PAM (*Multilevel - Pulse Amplitude Modulation*).

- Um conjunto de k bits é agrupado para representar um dos M símbolos possíveis, assim, $M = 2^k$ ou de forma equivalente $\log_2(M) = k$.

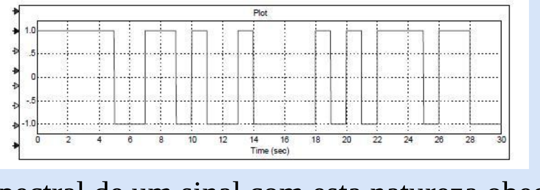


- O termo "símbolo" pode ser usado para identificar um conjunto de k bits, ou identificar uma das M formas de onda possíveis.

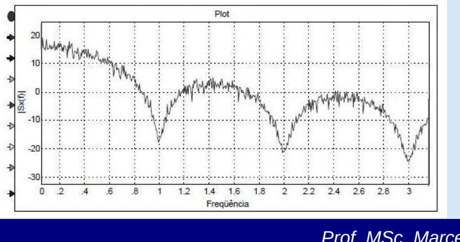
Sinalização M-PAM

- Largura de Faixa de Sinais em Banda Base

- Considere um sistema NZR bipolar, onde $g(t) = \pm 1$, $0 < t < 1$ [s], tal como mostrado abaixo.



- A densidade espectral de um sinal com esta natureza obedece a função *sinc*(f).



Sinalização M-PAM

- A relação entre o tempo de símbolo e o tempo de bit é dada por

$$T = kT_b = T_b \cdot \log_2(M)$$

- A largura de faixa do sinal, considerando a distância entre D.C. e o primeiro nulo é dada por

$$BW_{BB} = \frac{1}{T} = R_S = \frac{R_b}{\log_2(M)}$$

- O objetivo da sinalização M-PAM é reduzir a *BW* do sinal transmitido ou aumentar a taxa de bits em uma determinada *BW*.

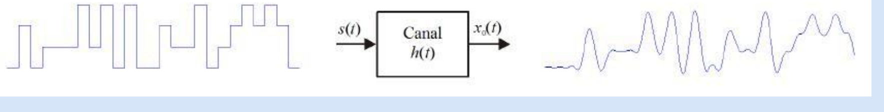
- Exercício: Apresente duas situações:

  a) redução de BW (altera *M*, mantém R_b fixo).

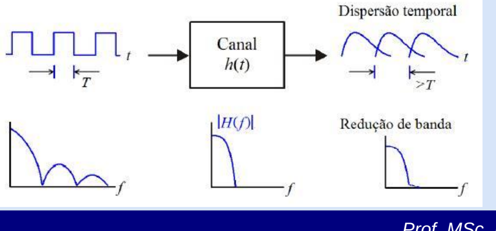
  b) aumento de vazão (altera *M*, mantém *BW* fixo).

Interferência Inter Simbólica

- Os canais reais não possuem banda infinita, e consequentemente apresentam limitação de largura de faixa.

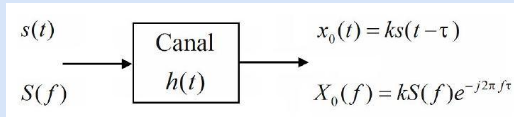


- A resposta em frequência do canal ocasiona uma dispersão temporal fazendo com símbolos adjacentes se sobreponham. Este fenômeno introduz uma interferência denominada de Interferência Inter Simbólica (ISI).



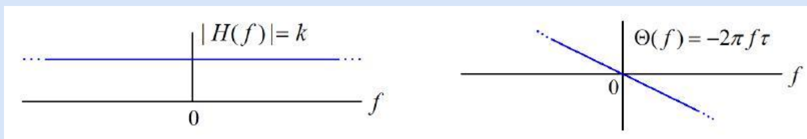
Interferência Inter Simbólica

- Transmissão sem distorção.
- Considere o canal.



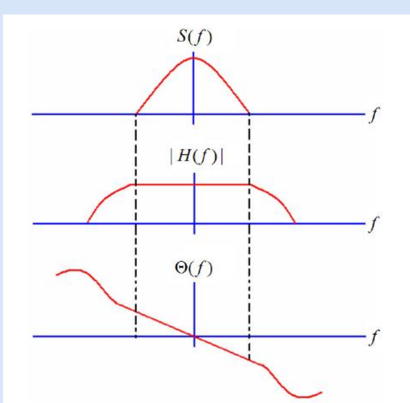
$$H(f) = \frac{X_0(f)}{S(f)} = \frac{kS(f)e^{-j2\pi f\tau}}{S(f)} = ke^{-j2\pi f\tau}$$

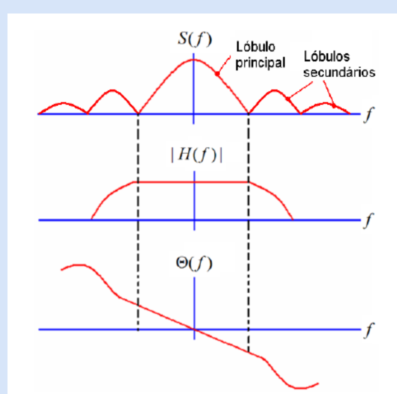
$$|H(f)| = k$$
$$\Theta(f) = -2\pi f\tau$$



Interferência Inter Simbólica

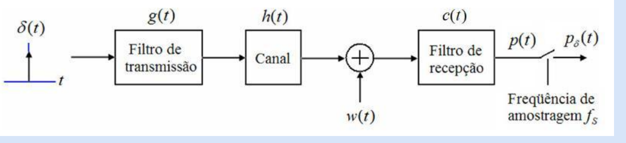
- Na prática, não haverá distorção significativa do sinal, se as condições de magnitude constante e fase linear sejam atendidas dentro da faixa em que a maior parte da energia do sinal se concentra.

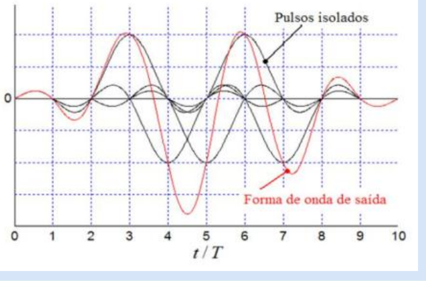




Interferência Inter Simbólica

- Dualidade tempo x frequência.
- Identificar um formato de pulso que apresente ISI nula.





Interferência Inter Simbólica é a sobreposição temporal de símbolos vizinhos na saída do filtro de recepção no momento da decisão.

Interferência Inter Simbólica

- Para evitar a ISI, é necessário limitar a largura de faixa do sinal antes da transmissão para acomodar o espectro do sinal dentro da banda de passagem do canal.

- **Teorema de Nyquist**

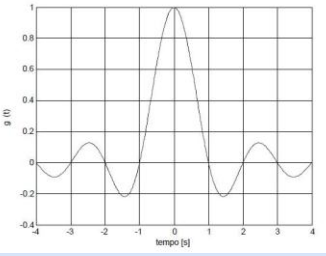
"A menor largura de faixa necessária para transmitir um sinal digital em banda base por um canal de comunicação limitado em largura de faixa é *Rs*/2."

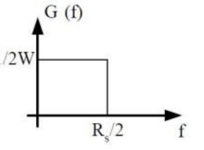
$$BW_{mín} = \frac{1}{2T} = \frac{R_S}{2} = \frac{R_b}{2 \cdot \log_2(M)}$$

Interferência Inter Simbólica

- Para se atingir a largura de faixa mínima estimada por Nyquist, é necessário utilizar um filtro ideal, ou seja

$$g(t) = \text{sinc}(2Wt)$$
$$0 \le t \le T$$
$$W = \frac{R_S}{2}$$





- Problemas com o filtro ideal:

  Filtro não-causal e com resposta ao impulso infinita.

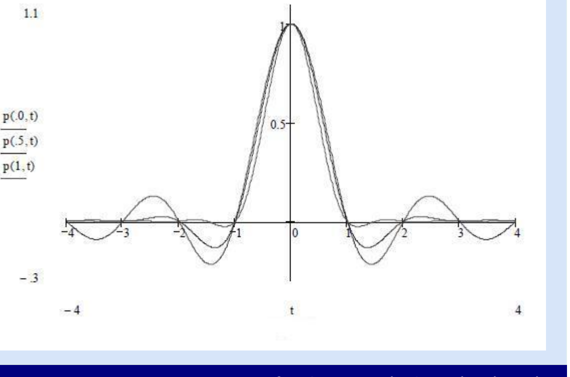
- A solução para limitar a largura de faixa do canal é empregar um filtro realizável que atenda ao critério de Nyquist.

Interferência Inter Simbólica

- Um destes filtros é conhecido como cosseno elevado (*Raised Cossine*).

$$g(t) = \text{sinc}(2Wt) \cdot \left[\frac{\cos(2\pi \cdot \alpha \cdot W \cdot t)}{1 - (4 \cdot \alpha \cdot W \cdot t)^2} \right] \qquad 0 \le t \le T \qquad W = \frac{R_S}{2}$$

onde α é o fator de decaimento (*roll-off*) do filtro.



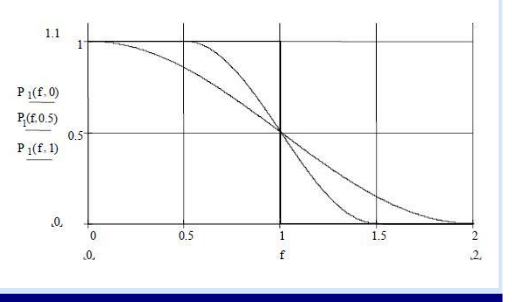
Inatel Instituto Nacional de Telecomunicações

Interferência Inter Simbólica

- A resposta em freqüência do filtro cosseno elevado é dada por

$$P(f)=\begin{cases}\dfrac{1}{2W} & ,0\le|f|\le f_1\\ \dfrac{1}{2W}\left\{1-sen\left[\dfrac{\pi(|f|-W)}{2W-2f_1}\right]\right\}, & f_1\le|f|\le 2W-f_1\\ 0 & ,|f|\ge 2W-f_1\end{cases}$$

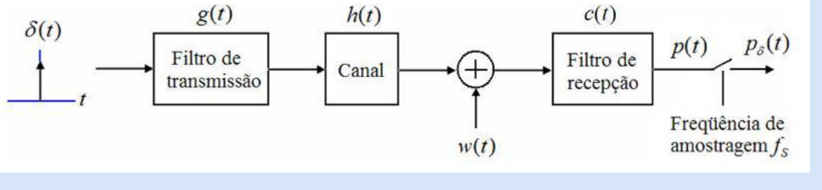
- Qual é o melhor valor de α?



Inatel Instituto Nacional de Telecomunicações

Interferência Inter Simbólica

- Por que utiliza-se dois filtros raiz de cosseno elevado, sendo um na transmissão e outro na recepção?



- A largura de faixa ocupada pelo sinal filtrado é dada por

$$BW_{BB}=\frac{1}{2T}\cdot(1+\alpha)=\frac{R_S}{2}\cdot(1+\alpha)=\frac{R_b}{2\cdot\log_2(M)}\cdot(1+\alpha)$$

Interferência Inter Simbólica

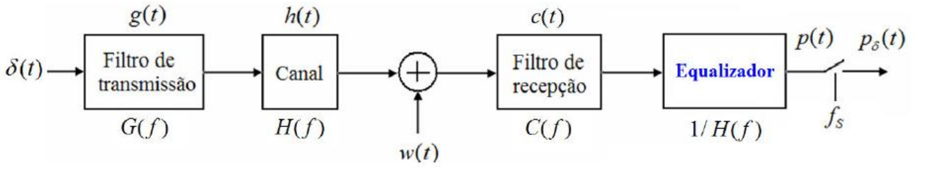
• A ISI por si só não causa erros de decisão, a não ser em casos extremos nos quais ela é muito elevada. O que a ISI causa na prática e um aumento da probabilidade de erro de bit, justamente por alterar os valores das amostras e tornar o sistema mais susceptível a influência do ruído.

• Se a cascata entre o filtro de transmissão, o canal e o filtro de recepção tiver uma resposta ao impulso contendo nulos em múltiplos inteiros do intervalo de sinalização (tempo de símbolo), teremos ISI nula.

Interferência Inter Simbólica

• Há situações nas quais o canal não tem magnitude da resposta em frequência plana e/ou não tem resposta de fase linear na faixa de frequências do sinal transmitido impedindo que o critério de Nyquist seja atendido.

A solução consiste em inserir um novo dispositivo na saída ou na entrada do filtro de recepção para tentar “cancelar” a distorção causada pelo canal, através da implementação de um filtro com resposta inversa da resposta do canal. Este dispositivo é chamado equalizador.



Interferência Inter Simbólica

- Exemplo: Considere um canal que possui resposta em freqüência plana entre 0Hz e 2kHz. A fonte cujos dados precisam ser transmitidos por este canal emite bits a uma taxa de 6kb/s. Encontre a menor ordem de modulação e o maior valor de α para que essa comunicação possa ser realizada de modo confiável.

ISI - Questão desafio

- Quais dos sistemas a seguir proporcionam comunicação livre de ISI e em que condições (se houver alguma)? Obs: em cada um dos sistemas a entrada é alimentada com uma sinalização M-PAM contendo pulsos bastante estreitos (aproximados de impulsos) e cada saída refere-se à saída do filtro de recepção. Justifique suas escolhas e suas exclusões.

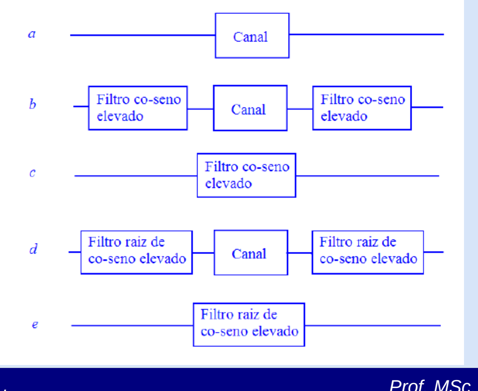
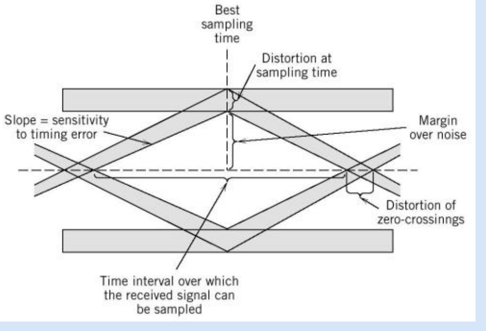


Diagrama de Olho

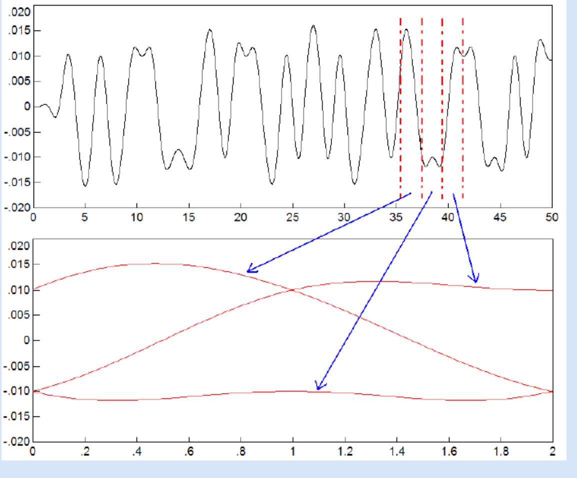
- A ISI é um fator de limitação na taxa de transmissão, bem como na confiabilidade do sistema.
- A maneira de analisar a influência do canal no sinal recebido é utilizar o digrama de olho, pois ele permite medir o desempenho em canais com limitação de largura de faixa.



Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Diagrama de Olho

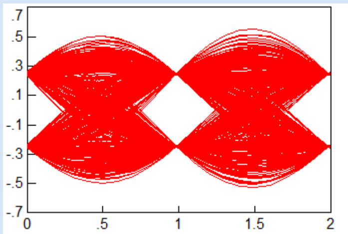
- O diagrama de olho é construído através da sobreposição de pequenos trechos consecutivos da forma de onda sob análise.



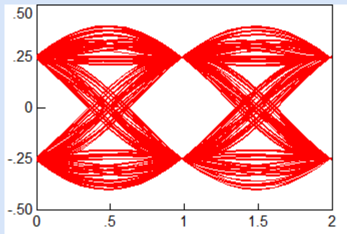
Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Diagrama de Olho

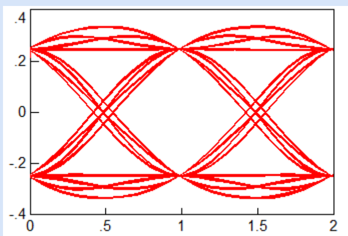
- Influência do fator de *roll-off* no diagrama de olho.



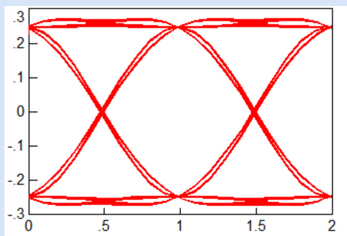
$\alpha = 0,2$



$\alpha = 0,5$



$\alpha = 0,7$



$\alpha = 1$

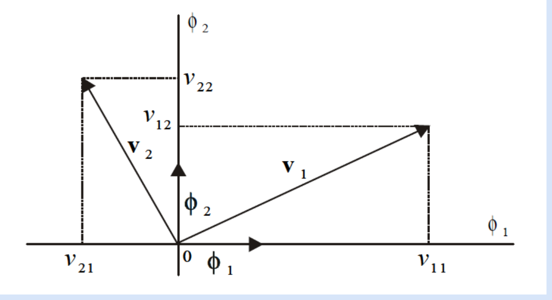
Diagrama de Olho

- Como identificar os efeitos do ruído AWGN e limitação de banda no canal?

- Análise utilizando simulação computacional.
- Eye_PAM.vsm

Representação geométrica de sinais

- Pode-se representar qualquer vetor, $\{\mathbf{v}_i\}$, $i = 1, 2, ..., M$, usando uma combinação linear de N funções ortonormais $\{\emptyset_j\}$, $j = 1, 2, ..., N$, com $N \leq M$.



$$\mathbf{v}_i = \sum_{j=1}^{N} v_{ij}\emptyset_j$$

$$v_{ij} = \mathbf{v}_i^T\emptyset_j$$

$$\mathbf{v}_i = [v_{i1} \;\; v_{i2} \;\; \ldots \;\; v_{iN}]$$

$$\emptyset_2 = [0 \;\; 1 \;\; \ldots \;\; 0]$$

Representação geométrica de sinais

- Pode-se representar qualquer conjunto de M sinais de energia, $\{s_i(t)\}$, $i = 1, 2, ..., M$, usando uma combinação linear de N funções ortonormais $\{\varphi_j(t)\}$, $j = 1, 2, ..., N$, com $N \leq M$.

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^{N} s_{ij}\emptyset_j(t)\,, 0 \leq t \leq T$$

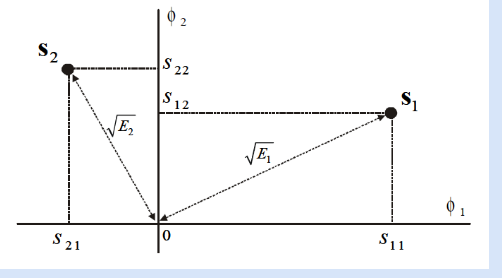
$$s_{ij} = \int_0^T s_i(t)\emptyset_j(t)dt$$

$$\int_0^T \emptyset_i(t)\emptyset_j(t)dt = \begin{cases} 0, i \neq j \\ 1, i = j \end{cases}$$

Condição de ortonormalidade.

Representação geométrica de sinais

- A base ortogonal do espaço de sinais que compõe a modulação pode ser composta por mais de um sinal. Quando a base é formada por dois sinais ortogonais essa modulação é denominada de Modulação em Fase e Quadratura, ou Modulação IQ.
- Conhecer o conjunto de coeficientes e as funções-base é tão bom ou suficiente quanto conhecer as próprias formas de onda geradas pela combinação linear.
- Nesta representação utilizamos pontos em vez de vetores, para evitar uma "poluição visual" no gráfico. Este tipo de representação é conhecido como constelação de sinais.



Representação geométrica de sinais

- O seguinte conjunto de expressões permite a representação, no domínio vetorial, de sinais originalmente considerados no domínio do tempo. Algumas destas expressões permitem que obtenhamos, no domínio vetorial, valores de grandezas calculadas no domínio do

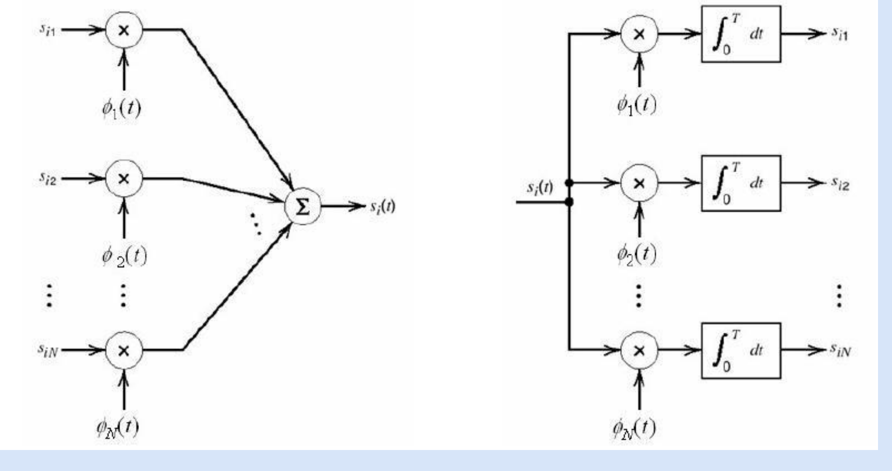
$s_i(t)=\sum_{j=1}^{N} s_{ij}\phi_j(t)$ $\begin{cases} 0\le t\le T \\ i=1,2,\ldots,M \end{cases}$	É a expressão de síntese de uma forma de onda qualquer $s_i(t)$, do conjunto de M formas de onda, por meio da combinação linear de N funções-base ortonormais ponderadas pelos correspondentes coeficientes s_{ij}.
$s_{ij}=\int_0^T s_i(t)\phi_j(t)dt$ $\begin{cases} i=1,2,\ldots,M \\ j=1,2,\ldots,N \end{cases}$	É a expressão que, a partir do conhecimento da forma de onda que se deseja e das funções-base, determina os coeficientes que são capazes de sintetizar tal forma de onda.
$\int_0^T \phi_i(t)\phi_j(t)dt=\delta_{ij}$ $=\begin{cases} 1, i=j \\ 0, i\ne j \end{cases}$	É a expressão que define o conjunto de funções-base ortonormais. Para índices iguais tem-se o cálculo da energia de uma função-base, cujo valor é sempre unitário. Para índices diferentes tem-se o cálculo da correlação entre funções-base diferentes, cujo valor é nulo devido ao fato de tais funções serem ortogonais entre si.

Representação geométrica de sinais

$\mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} s_{i1} \\ s_{i2} \\ \vdots \\ s_{iN} \end{bmatrix}, \ i = 1,2,...,M$	É a representação vetorial para um sinal. Em outras palavras, $\mathbf{s}_i$ é o vetor-sinal que representa a forma de onda $s_i(t)$. Conhecer tal vetor é tão suficiente quanto conhecer a forma de onda $s_i(t)$, pois conhecendo um podemos determinar o outro por meio das expressões de síntese e de análise vistas anteriormente.
$\lVert \mathbf{s}_i \rVert^2 = \mathbf{s}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{s}_i = \sum_{j=1}^{N} s_{ij}^2, \ i = 1,2,...,M$	É a expressão de cálculo da norma ao quadrado de um vetor sinal. A norma é simplesmente o tamanho ou módulo do vetor em questão.
$E_i = \sum_{j=1}^{N} s_{ij}^2 = \int_0^T s_i^2(t)dt = \mathbf{s}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{s}_i = \lVert \mathbf{s}_i \rVert^2$	É a expressão que diz que a energia de um símbolo $s_i(t)$ pode ser calculada vetorialmente pela norma ao quadrado do correspondente vetor-sinal. Tal energia é igual ao produto interno do vetor-sinal por ele mesmo. O produto interno nada mais é do que a soma dos produtos dos coeficientes dos vetores envolvidos.
$\int_0^T s_i(t)s_k(t)dt = \mathbf{s}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{s}_k$	É a expressão que permite que calculemos a correlação entre duas formas de onda quaisquer, no intervalo de símbolo T, por meio do produto interno entre os correspondentes vetores-sinais.
$d_{ik}^2 = \lVert \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_k \rVert^2 = \sum_{j=1}^{N}\left(s_{ij} - s_{kj}\right)^2 = \int_0^T [s_i(t) - s_k(t)]^2 dt$	É a expressão de cálculo da distância Euclidiana quadrática entre dois vetores-sinais quaisquer. A distância Euclidiana é um importante parâmetro de análise de sistemas de comunicação. Quanto maior a distância Euclidiana entre os símbolos de uma sinalização qualquer, menor a probabilidade de erro, pois maior é a energia de cada símbolo e, por consequência, maior a potência média de transmissão e maior relação sinal-ruído no momento da decisão (menor sobreposição entre as caldas das densidades Gaussianas que representam o ruído).

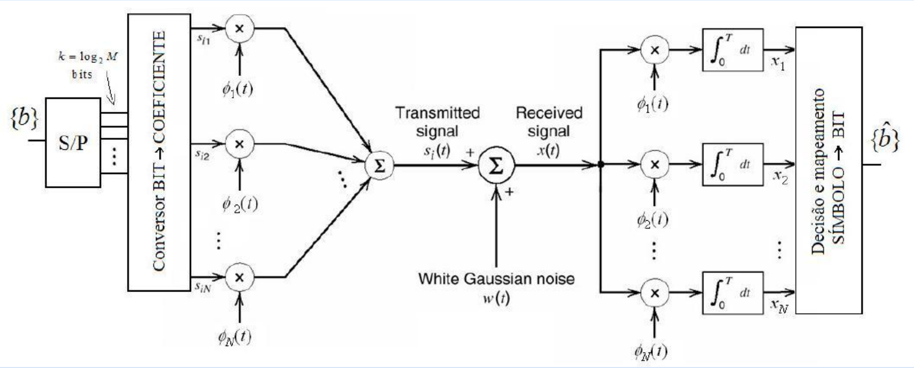
Representação geométrica de sinais

- Síntese e análise de sinais



Representação geométrica de sinais

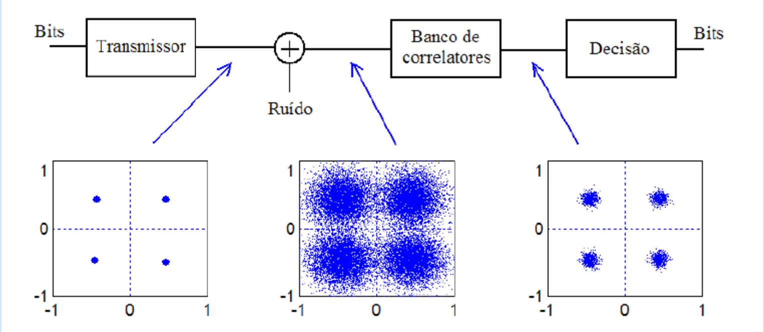
- Diagrama em blocos do transmissor e do receptor.



$$x_j = s_{ij} + w_j$$

Representação geométrica de sinais

- As componentes de ruído fazem com que o símbolo recebido seja diferente do símbolo transmitido.
- O receptor deve estimar qual foi o símbolo transmitido a partir das componentes do símbolo recebido.



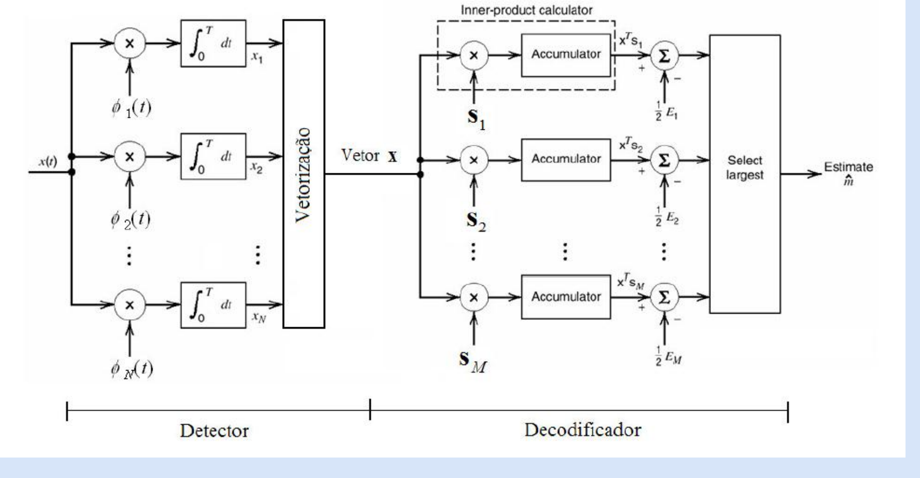
Representação geométrica de sinais

- O receptor tem que decidir qual dos M símbolos foi enviado pela fonte a partir das componentes s_{ij}.
- O método ótimo de decisão em canais com ruído AWGN é decidir em favor do símbolo que esteja mais próximo do sinal recebido.
- A função de verossimilhança é uma forma de determinar a distância entre um vetor $\boldsymbol{X}=[x_1, x_2, x_3, ..., x_N]$ e um símbolo $\boldsymbol{S_i}=[s_{i1}, s_{i2}, s_{i3}, ..., s_{iN}]$.

$$l(m_i) = \sum_{j=1}^{N} \left(x_j - s_{ij}\right)^2$$

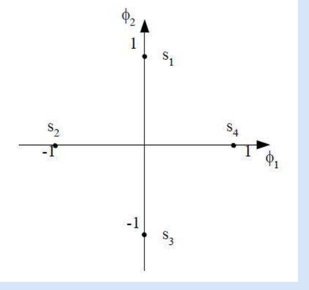
- Assim, a regra de decisão fica: decida em favor de s_k se $l(m_k)$ for mínimo.

Representação geométrica de sinais



Representação geométrica de sinais

• Exemplo: Considere um sistema de transmissão cuja modulação possui a seguinte constelação:

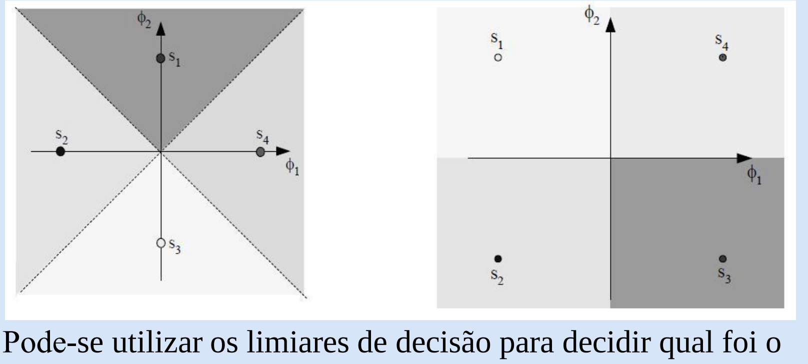


Assuma que o vetor recebido foi X=[0.7 -0.2]. Utilizando a expressão de máxima verossimilhança, determine qual foi o símbolo transmitido com maior probabilidade.

Considerando que a decisão foi correta, determine qual foi a componente de ruído.

Representação geométrica de sinais

• Limiares de Decisão: são os limites dentro dos quais decide-se em favor de um determinado símbolo. Considere os exemplos a seguir:

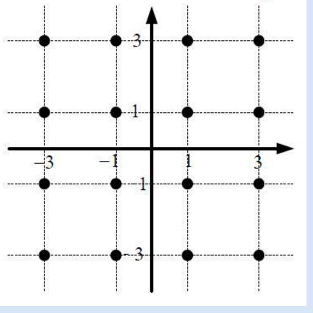


• Pode-se utilizar os limiares de decisão para decidir qual foi o símbolo que tem maior probabilidade de ter sido transmitido. Se X estiver dentro dos limitantes de s_k, então decida em favor de s_k.

Representação geométrica de sinais

- Exemplo 1: Utilize os limiares de decisão para determinar qual foi o símbolo com maior probabilidade de ter sido emitido quando X=[-0.3 1.2] foi recebido. Considere as duas constelações apresentadas anteriormente.

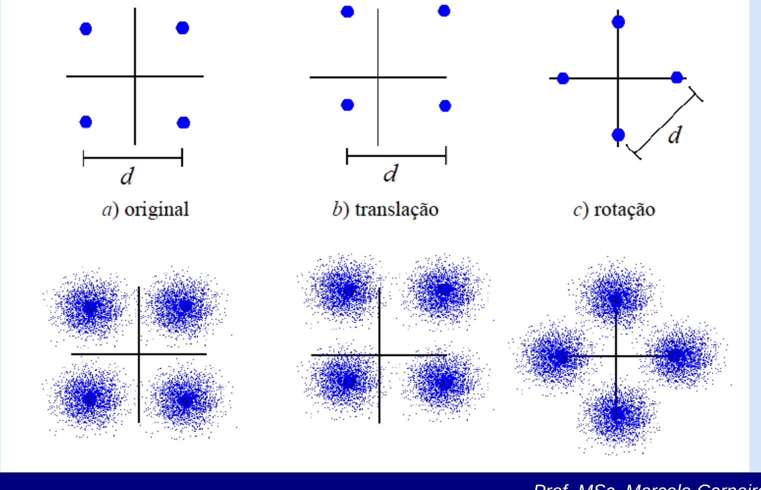
- Exemplo 2: Encontre os limiares de decisão para a constelação a seguir:



Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Representação geométrica de sinais

- Invariância da Probabilidade de Erro com Translação ou Rotação da constelação.



Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Representação geométrica de sinais

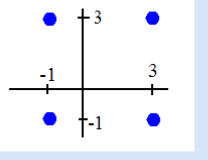
- Dada uma constelação com o conjunto de símbolos $\{\boldsymbol{s}_i\}$,

$i = 1, 2, ..., M$, a constelação correspondente, com energia mínima, é obtida subtraindo-se de cada vetor-sinal $\boldsymbol{s}_i$ o vetor $E[s]$ definido por:

$$E[\boldsymbol{s}] = \sum_{i=1}^{M} \boldsymbol{s}_i p_i \;, \qquad \boldsymbol{s}_i' = \boldsymbol{s}_i - E[\boldsymbol{s}]$$

Exemplo:

Determine a energia média da constelação abaixo, antes e depois de transladar a constelação para a condição de energia mínima, considerando:



a) Símbolos equiprováveis.

b) $p_1 = 0{,}2$; $p_2 = 0{,}3$; $p_3 = 0{,}1$; $p_4 = 0{,}4$.

Representação geométrica de sinais

- Existem, basicamente, dois tipos distintos de eficiência para as modulações IQ.

- **Eficiência Espectral**: é a razão entre a vazão de dados e a largura de faixa ocupada.

$$\rho = \frac{R_b}{BW} = \frac{R_b}{R_b / \log_2(M)} = \log_2(M) \left[\frac{\text{bits/s}}{\text{Hz}}\right]$$

OBS: assumiu-se que o sinal foi filtrado utilizando um filtro cosseno elevado com α=0. Essa consideração é válida para fins de comparação.

Quanto maior o número de símbolos da modulação IQ, maior será sua eficiência espectral

Representação geométrica de sinais

- **Eficiência de energia**: é a razão entre a energia da constelação pelo número de símbolos possíveis, mantendo-se a mesma distância entre os símbolos vizinhos, d_{min}.

- A energia de um símbolo da constelação é igual ao quadrado de sua norma, ou seja

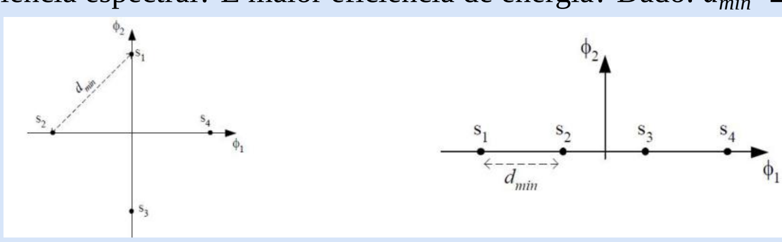
$$E_k = \|s_k\|^2 = \sum_{j=1}^{N} |s_{kj}|^2$$

- A energia média de uma constelação é dada por

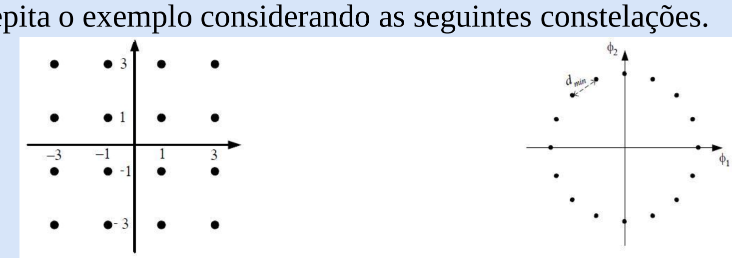
$$\overline{E} = \frac{\sum_{k=1}^{M} E_k}{M}$$

Representação geométrica de sinais

- Exemplo: qual das duas constelações abaixo possui maior eficiência espectral? E maior eficiência de energia? Dado: d_{min}=2.



- Repita o exemplo considerando as seguintes constelações.



Representação geométrica de sinais

- O desempenho das modulações IQ pode ser estimado analiticamente em função da distância entre os símbolos adjacentes e do número médio de vizinhos. A probabilidade de erro de símbolo é dada por

$$P_e = \frac{u}{2} \cdot erfc\left(\frac{d_{\min}}{2\sqrt{N_0}} \right)$$

onde u é o número médio de vizinhos da constelação.

Para o caso onde todos os símbolos estão sobre o mesmo eixo (PAM), tem-se:

$$u = \frac{2 \cdot 1 + (M-2) \cdot 2}{M} = 2\left(\frac{M-1}{M} \right)$$

Para o caso onde os símbolos são distribuídos sobre um círculo de energia constante, tem-se

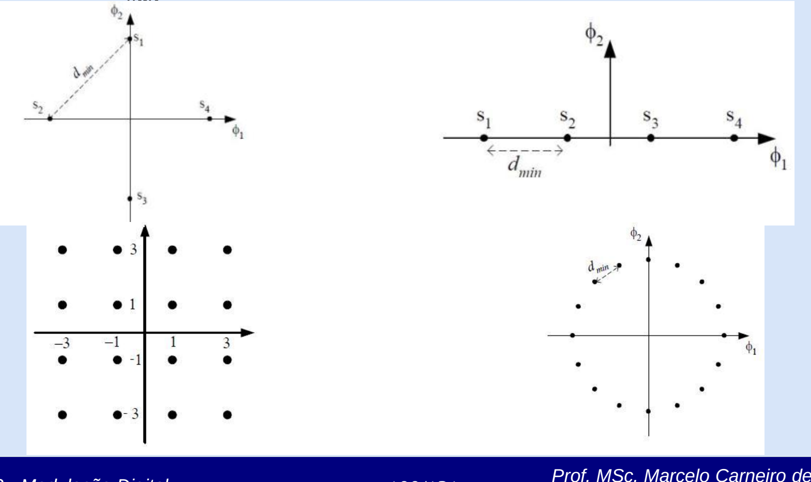
$$u = \frac{2 \cdot M}{M} = 2$$

Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

Representação geométrica de sinais

- Determine a probabilidade de erro de símbolo para as constelações abaixo, assumindo que N_0=10^{-2} W. Qual é a energia média em cada caso? Dado: d_{min}=2.



Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Transmissão digital banda passante

- Até esse momento, tratou-se apenas de modulações onde o pulso de transmissão era definido por um filtro com resposta ao impulso $g(t)$.
- Esse tipo de modulação é denominada de modulação em banda-base. Neste caso, todo o conteúdo da informação está localizado em torno da freqüência 0Hz (DC).
- Modulação em banda-passante são aquelas em que a informação está em torno da freqüência de uma portadora, ou seja, está em torno da freqüência f_c.
- Note que a largura de faixa ocupada pelo sinal em banda-passante é duas vezes maior do que a largura de faixa ocupada pelo sinal em banda base.

Modulação

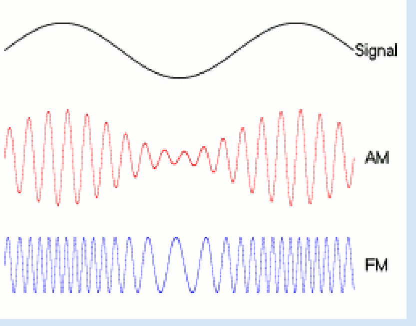
- **Modulação** consiste no processo de alterar um ou mais parâmetros de uma onda portadora de maneira proporcional ao sinal em banda-base.

$$f(t) = \underbrace{A}_{\text{Amplitude}} \cdot \cos(2\pi \underbrace{f_c}_{\text{Frequência}} t + \underbrace{\theta}_{\text{Fase}})$$

- O principal objetivo do processo de modulação é deslocar o espectro do sinal original, ou seja, transladar o espectro do sinal original.
- O tipo de modulação, analógica ou digital, é definida pelo sinal em banda-base, chamado de sinal modulante.

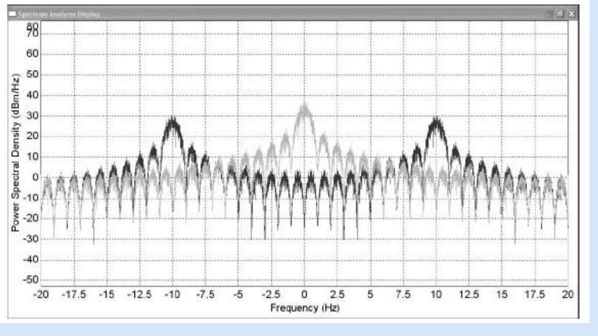
Modulações Analógicas

- **Modulação em amplitude**: a amplitude da onda portadora, A, é alterada proporcionalmente ao sinal em banda-base. A frequência, ω_0, e a fase, θ, da portadora permanecem constantes.



- AM-DSB
- AM-DSB/SC
- AM-SSB
- AM-VSB

Transmissão digital banda passante



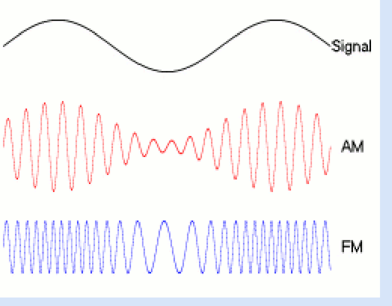
- Qual é a expressão para o cálculo da BW de uma modulação IQ em banda passante, quando emprega-se o filtro cosseno elevado?

$$BW_{BP} = \frac{1}{T}\cdot(1+\alpha) = R_S\cdot(1+\alpha) = \frac{R_b}{\log_2(M)}\cdot(1+\alpha)$$

Modulações Analógicas

- **Modulação angular**: São técnicas de modulação onde o ângulo da portadora é variado de algum modo por um sinal modulante.

- Dois métodos são comumente usados:
  - Modulação em fase – PM;
  - Modulação em frequência – FM;



Transmissão digital banda passante

- Existem 4 maneiras de colocar a informação em base-base em uma portadora:
- ASK - modulação em amplitude: os bits são carregados na amplitude da portadora.
- PSK - modulação em fase: os bits são carregados na fase da portadora.
- FSK - modulação em freqüência: os bits são carregados na freqüência da portadora.
- QAM - modulação em amplitude e fase: os bits são carregados tanto na fase quanto na amplitude da portadora.

Transmissão digital banda passante

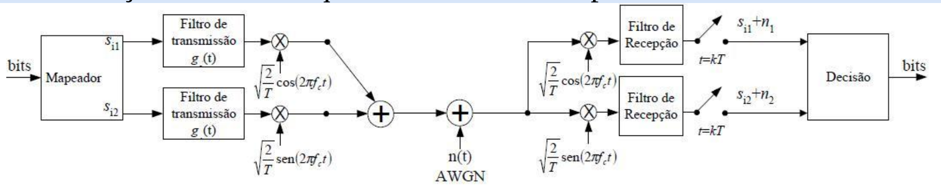
- Em termos de hierarquia as modulações são classificadas como modulações com:

- **Detecção coerente.**
  Nas modulações com detecção coerente, além da temporização de símbolo, para a detecção faz-se necessário o uso da portadora de recepção em sincronismo de fase (coerência de fase) com a portadora de transmissão, após deslocamentos de fase causados pelo canal.

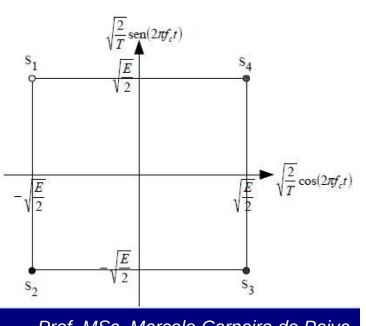
- **Detecção não-coerente.**
  As modulações com detecção não-coerente também necessitam da temporização de símbolo, mas não necessitam de coerência de fase para detecção.

Transmissão digital banda passante

- Diagrama em blocos de um transmissor e um receptor para modulações em fase e quadratura em banda passante.



- As duas funções que compõem a base de sinais são o cosseno e o seno.

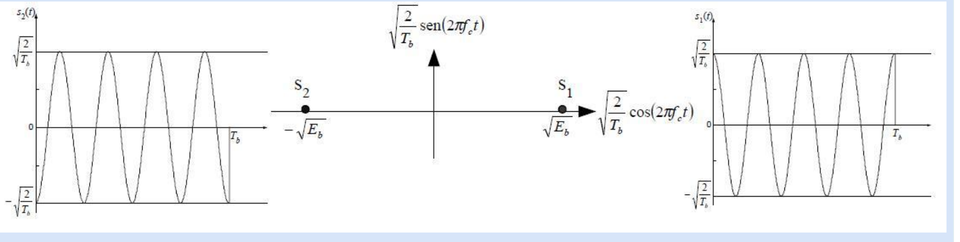


Transmissão digital banda passante

- *Binary Phase Shit Keying*: possui apenas duas fase antipodais, ou seja, a base do espaço de sinais possui apenas uma função.

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}}\cos(2\pi f_c t), \quad 0 < t < T_b$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}}\cos(2\pi f_c t + \pi) = -\sqrt{\frac{2E_b}{T_b}}\cos(2\pi f_c t), \quad 0 < t < T_b$$

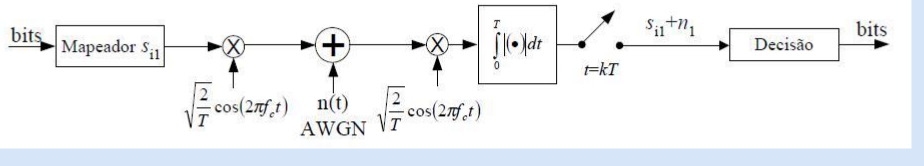


Transmissão digital banda passante

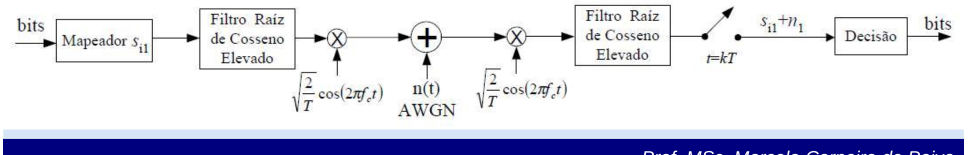
- Desempenho em canais AWGN

$$P_e = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

- Sistema não limitado em faixa.



- Sistema limitado em faixa.



Transmissão digital banda passante

- *Quadrature Phase Shift Keying*: é uma das modulações mais empregadas atualmente.

$$s_i(t)=\sqrt{\frac{2E}{T}}\cos\left[2\pi f_c t+(2i-1)\cdot\frac{\pi}{4}\right],\quad i=1,2,3,4\quad 0<t<T$$

$$s_i(t)=\sqrt{\frac{2E}{T}}\cos\left((2i-1)\cdot\frac{\pi}{4}\right)\cos(2\pi f_c t)-\sqrt{\frac{2E}{T}}\mathrm{sen}\left((2i-1)\cdot\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{sen}(2\pi f_c t)$$

- A base deste espaço de sinais possui duas funções:

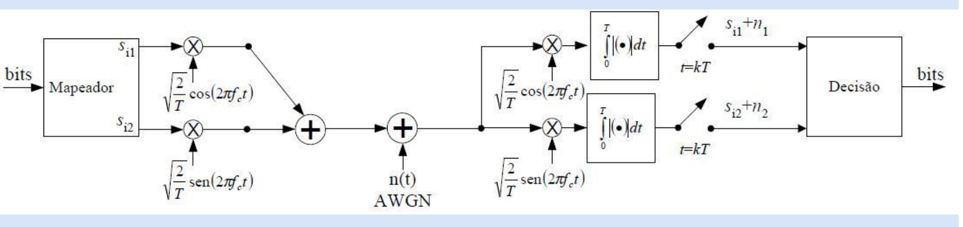
$$\phi_1(t)=\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_c t)\quad 0<t<T$$

$$\phi_2(t)=\sqrt{\frac{2}{T}}\mathrm{sen}(2\pi f_c t)\quad 0<t<T$$

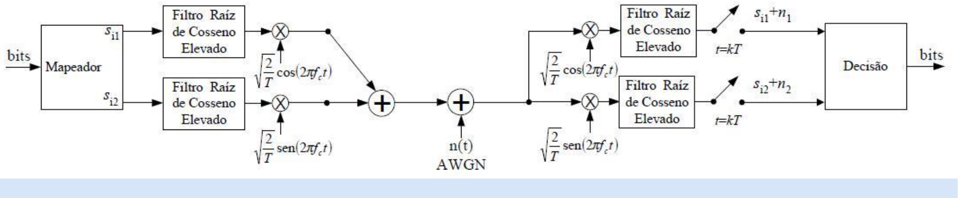
Exercício: Encontre as componentes s_{i1} e s_{i2} para i=1, 2, 3 e 4. Desenhe a constelação para a modulação QPSK.

Transmissão digital banda passante

- Diagrama em blocos: sistema não limitado em faixa.



- Diagrama em blocos: sistema limitado em faixa.



Transmissão digital banda passante

- A modulação M-PSK possui os mesmos princípios da modulação QPSK.

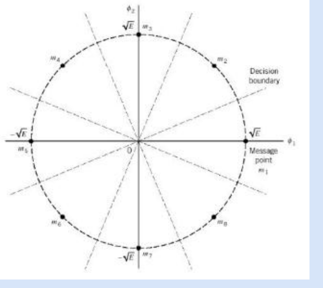
$$s_i(t)=\sqrt{\frac{2E}{T}}\cos\left[2\pi f_c t+(2i-1)\cdot\frac{\pi}{M}\right],\quad i=1,2,3,4...,M\quad 0<t<T$$

$$s_i(t)=\sqrt{\frac{2E}{T}}\cos\left((2i-1)\cdot\frac{\pi}{M}\right)\cos(2\pi f_c t)-\sqrt{\frac{2E}{T}}\text{sen}\left((2i-1)\cdot\frac{\pi}{M}\right)\text{sen}(2\pi f_c t)$$

- As funções que compõem a base da constelação são as mesmas.

$$\phi_1(t)=\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_c t)\quad 0<t<T$$

$$\phi_2(t)=\sqrt{\frac{2}{T}}\text{sen}(2\pi f_c t)\quad 0<t<T$$

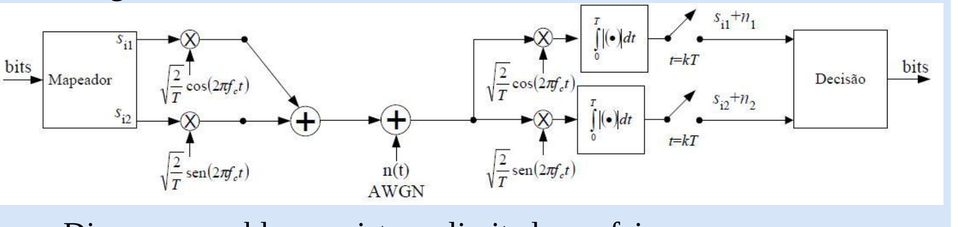


Transmissão digital banda passante

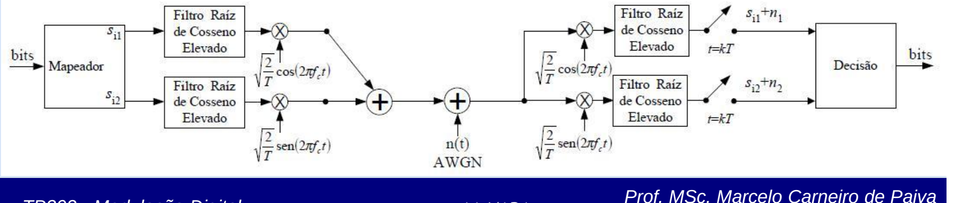
- Desempenho - probabilidade de erro de símbolo

$$P_e=erfc\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\cdot\text{sen}\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$$

- Diagrama em blocos: sistema não limitado em faixa.



- Diagrama em blocos: sistema limitado em faixa.

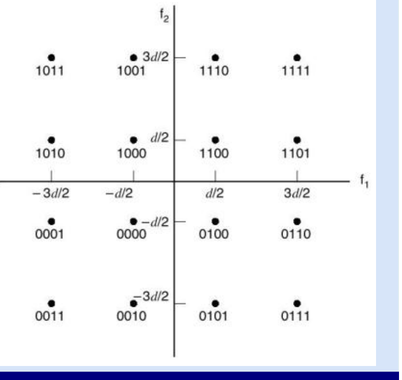


Transmissão digital banda passante

- *Quadrature Amplitude Modulation*: na modulação QAM a informação é transmitida na amplitude e na fase da portadora, simultaneamente.

$$s_k(t) = \sqrt{\frac{2E_0}{T}} \cdot a_k \cdot \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{\frac{2E_0}{T}} \cdot b_k \cdot \mathrm{sen}(2\pi f_c t), \quad k = 1,2,\ldots,M$$

$$a_k, b_k \in \{\pm 1, \pm 3, \ldots, \pm\sqrt{M}-1\}$$



- As funções que compõem a base da constelação são as mesmas.

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t) \quad 0 < t < T$$

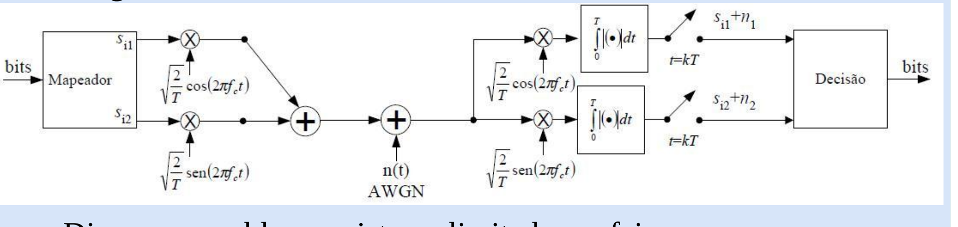
$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \mathrm{sen}(2\pi f_c t) \quad 0 < t < T$$

Transmissão digital banda passante

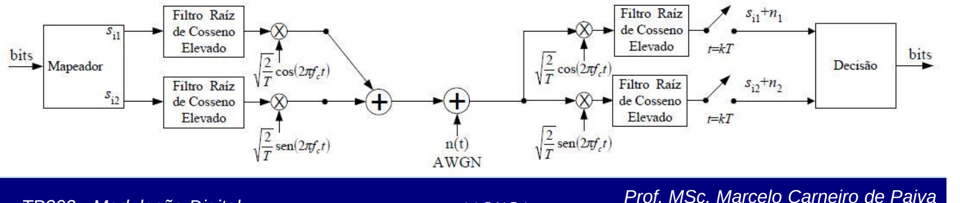
- Desempenho - probabilidade de erro de símbolo

$$P_e = 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) erfc\left(\sqrt{\frac{E_0}{N_0}}\right)$$

- Diagrama em blocos: sistema não limitado em faixa.



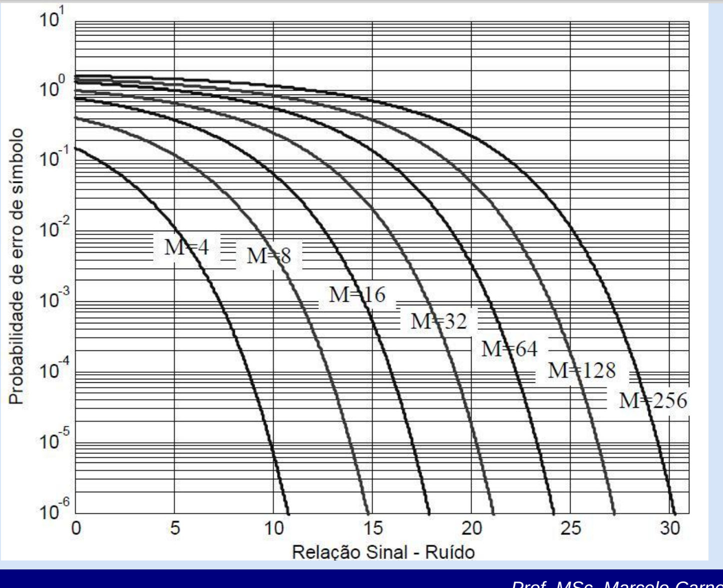
- Diagrama em blocos: sistema limitado em faixa.



Transmissão digital banda passante

- O modo de mapear os bits de informação nos diferentes símbolos da constelação afeta o desempenho do sistema.
- É possível minimizar a probabilidade de erro de bit se na maior parte das vezes em que ocorre erro de símbolo, apenas 1 bit dos $\log_2(M)$ bits recebidos estiver errado.
- Assim a probabilidade de erro de bit será dada por $P_b = \dfrac{P_e}{\log_2(M)}$
- Uma maneira de alcançar esse desempenho é utilizar o mapeamento Gray. Isso garante que os símbolos adjacentes diferem-se entre si em apenas 1 bit.
- Como os erros entre os símbolos adjacentes são os mais prováveis, é possível minimizar a probabilidade de erro de bits.

Transmissão digital banda passante



Transmissão digital banda passante

- Exemplo: Um sistema de comunicação precisa ser projetado para permitir que as medidas de pressão de um tanque tomadas 200 vezes por segundo, sejam transmitidas para a central de comando. O sensor de pressão é capaz de medir 128 valores distintos. A largura de faixa em banda passante disponível é de 380Hz e a potência de saída do sistema de transmissão garante que a relação sinal-ruído no receptor seja de pelo menos 15dB. Assuma que uma taxa de erro de bit de 10^{-3} seja suficiente para que o sistema de monitoramento funcione de maneira adequada. Qual deve ser a ordem de modulação a ser empregada? Qual será a BER obtida com o esquema escolhido? Qual deve ser o fator de decaimento do filtro de Nyquist?

Transmissão digital banda passante

- *Frequency Shift Keying*: na modulação FSK, a informação é transmitida na freqüência da portadora.
- O número de portadoras empregada é igual ao número de funções que compõe a base da constelação.
- No caso da modulação BFSK, tem-se:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cdot \cos(2\pi f_i t), \quad f_i = \frac{n_c + i}{T}, \quad n_c \text{ é inteiro e } i \in \{1,2\}$$

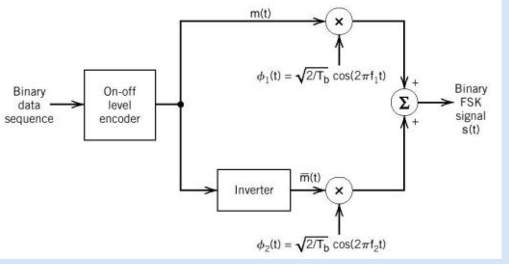
- As funções que compõem a base da constelação são:

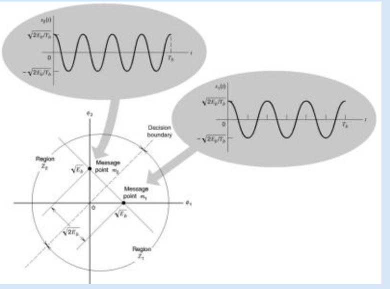
$$\phi_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_i t) \quad 0 < t < T_b$$

- Desempenho - probabilidade de erro de bit: $P_e = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right)$

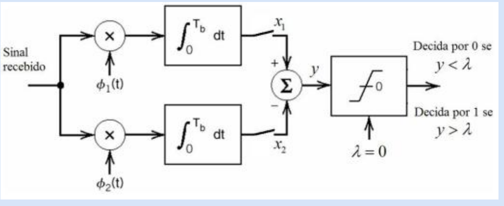
Transmissão digital banda passante

- Diagrama em blocos do transmissor



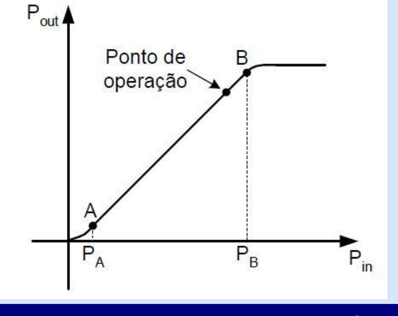


- Diagrama em blocos do receptor



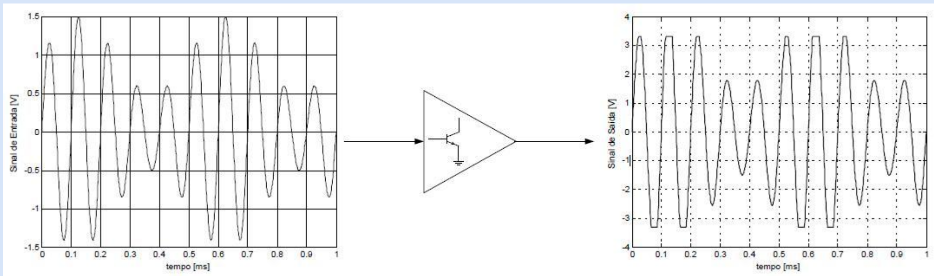
Transmissão digital banda passante

- Principal problema - eficiência do transmissor de RF das unidades móveis.
- Os amplificadores são projetados para uma potência nominal igual à potência média do sinal de entrada.
- Para maior eficiência, o ponto de operação deve estar próximo da saturação.



Transmissão digital banda passante

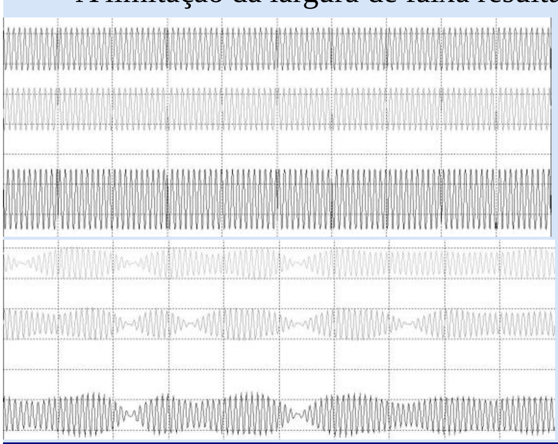
- Caso o sinal de entrada apresente grandes variações de amplitude, o amplificador de RF irá ceifar esse sinal, causando o recrescimento espectral.

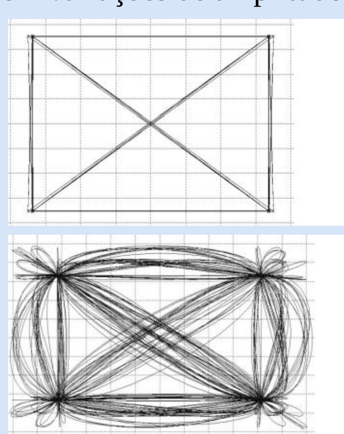


- Para minimizar o impacto do amplificador no sinal de saída, é necessário minimizar a relação entre potência de pico e potência média.

Transmissão digital banda passante

- A modulação QPSK não apresenta variação de amplitude apenas quando esta não é limitada em faixa.
- A limitação da largura de faixa resulta em variações de amplitude.





Transmissão digital banda passante

- Conclusões:

- A principal causa da grande variação de amplitude do sinal QPSK se deve às transições que passam pelo centro da constelação.

- Quanto menor for o fator de *roll-off*, maior é a variação de amplitude do sinal.

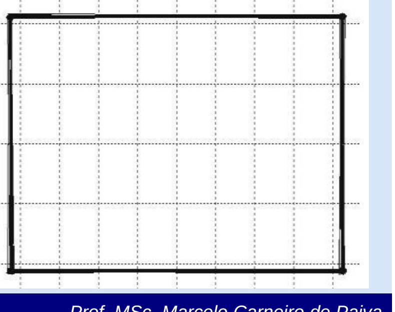
Transmissão digital banda passante

- *Offset* - QPSK: neste modulação há uma defasagem de $T/2=T_b$ segundos entre o sinal em fase e o sinal em quadratura.

- Como só é possível realizar mudanças a cada T segundos, os sinais I e Q nunca mudam simultaneamente. Logo, nunca há mudanças de 180° na constelação.

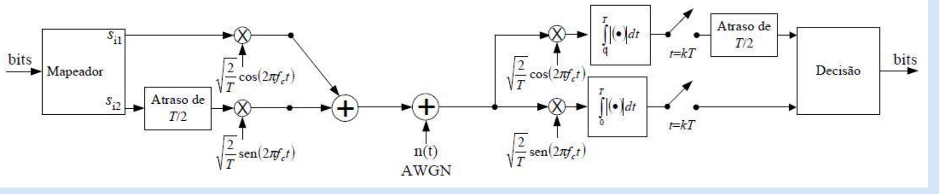
- A largura de faixa ocupada pelo OQPSK é igual à largura de faixa do QPSK.

- O desempenho em canais AWGN mesmo.

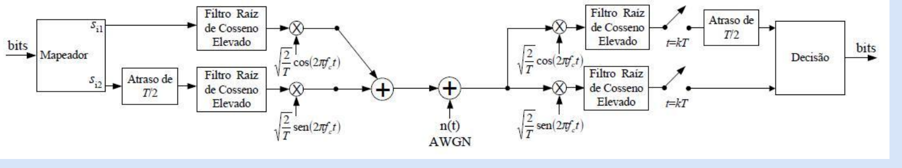


Transmissão digital banda passante

- Diagrama em blocos: sistema não limitado em faixa.



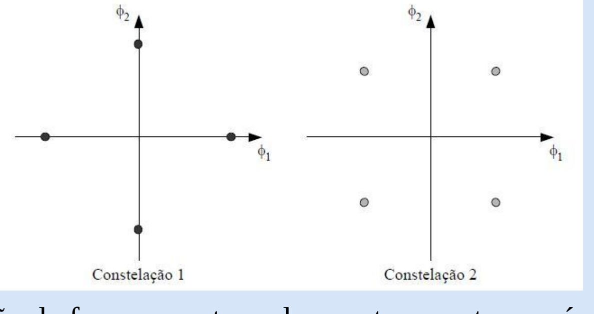
- Diagrama em blocos: sistema limitado em faixa.



Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Transmissão digital banda passante

- π/4-DQPSK: outra maneira de evitar o cruzamento pelo zero é utilizar duas constelações QPSK defasadas.



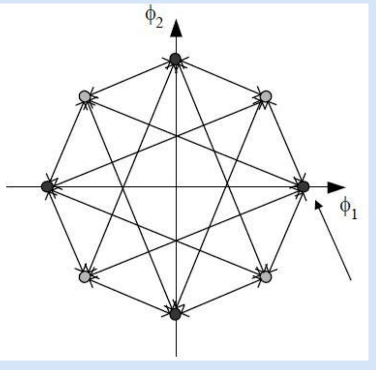
- A transição de fase somente pode acontecer entre os símbolos de constelações diferentes.

- Se o símbolo atual pertence à Constelação 1, então o próximo símbolo deve pertencer à Constelação 2, e vice e versa.

Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br

Transmissão digital banda passante

- Essa condição limita à transições de fase de $\pm\pi/4$ e $\pm 3\pi/4$.
- O conjunto de dois bits são mapeados nas possíveis transições de fase.



Dibit	Transição de Fase
00	$\pi/4$
01	$3\pi/4$
11	$-3\pi/4$
10	$-\pi/4$

Exemplo: encontre a seqüência de fases transmitidas para a seguinte seqüência: 00 11 10 01 01 00 11 01.
Considere que o símbolo inicial é...

Bibliografia

- B. P. Lathi, *Modern Digital and Analog Communications Systems*, Oxford University Press, 1998.
- S. Haykin, *Communications Systems*. John Wiley, 2001.
- B. Sklar, *Digital Communications, Fundamentals and Applications*. Prentice Hall PTR, 2001.
- Material didático do Prof. Dr. Luciano Leonel Mendes.
- Material didático do Prof. Dr. Dayan Adionel Guimarães.

Agradecimento

- Ao Prof. Dr. Luciano Leonel Mendes.
- Ao Prof. Dr. Dayan Adionel Guimarães.

Muito obrigado pela atenção!!!

Desejo sucesso a todos!!!

Prof. MSc. Marcelo Carneiro de Paiva
mcpaiva@inatel.br