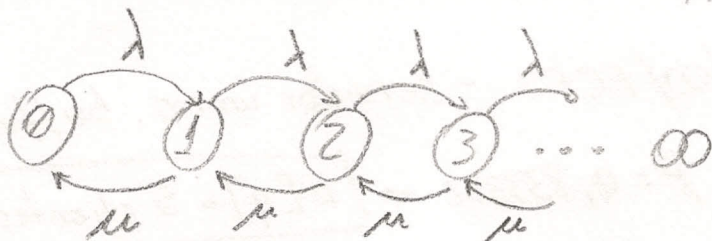
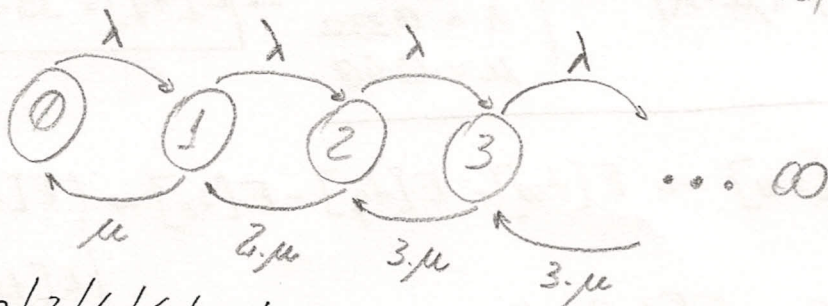


Exercício 01

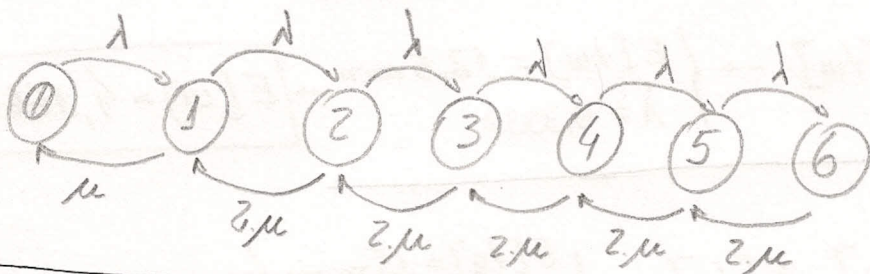
a) $m/m/1 \rightarrow$ servidor único com buffer infinito:



b) $m/m/3/\infty/\infty/\infty/FCFS \rightarrow$ 3 servidores com buffer infinito



c) $m/m/2/4/6/\infty/FCFS$



② Notação de Kendall $\rightarrow m/m/1/0/1/\infty/FCFS$ [-sistema sem buffer e 1 servidor]

$$\rho = \lambda / \mu \rightarrow \rho = (1/60) / (1/6) \rightarrow \boxed{\rho = 0,1}$$

$$P_B = P_1 = \frac{\rho^k}{k!} \cdot \frac{1}{\sum_{k=0}^m \frac{\rho^k}{k!}} \rightarrow \left. \begin{array}{l} k=1 \\ \rho=0,1 \\ m=1 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{0,1^1}{1!} \cdot \frac{1}{\left[\frac{0,1^0}{0!} + \frac{0,1^1}{1!} \right]} \rightarrow$$

$$P_B = 0,1 \cdot 0,909090 \rightarrow \boxed{P_B \approx 9,090909\%}$$

$$\textcircled{3} \text{ a) } \rho = \lambda / \mu \rightarrow \begin{cases} \lambda = 20/60 \approx 0,33333 \\ \mu = 1/2,5 = 0,40 \end{cases}$$

$$\rho = (20/60) / (1/2,5) \rightarrow \rho = 0,83333 \rightarrow \boxed{\rho\% = 83,3333\%}$$

$\textcircled{3} \text{ b) } \rightarrow m/m/1/\infty/\infty/\infty/\text{FCFS}$ - servidor unico, buffer infinito

$$E[q] = \rho / (1 - \rho) \rightarrow \rho = 0,833332 \rightarrow \boxed{E[q] = 5 \text{ clientes}}$$

$$\textcircled{3} \text{ c) } E[tq] = E[q] / (\mu - \lambda) \rightarrow \begin{cases} E[q] = 5 \\ \lambda = 0,3333 \\ \mu = 0,40 \end{cases} \rightarrow \boxed{E[tq] = 15 \text{ minutos}}$$

$$\textcircled{3} \text{ d) } E[w] = \lambda \cdot E[tw] \rightarrow E[tw] = E[tq] - E[ts] \rightarrow \begin{cases} E[tq] = 15 \text{ min} \\ E[ts] = 2,5 \text{ min} \end{cases}$$

$$E[tw] = 15 - 2,5 \rightarrow E[tw] = 12,5 \text{ minutos}$$

$$E[w] = \lambda \cdot E[tw] \rightarrow \begin{cases} E[tw] = 12,5 \text{ min} \\ \lambda = 0,3332 \end{cases} \rightarrow \boxed{E[w] = 4,16667 \text{ clientes}}$$

$$\textcircled{3} \text{ e) } E[tw] = E[tq] - E[ts] \rightarrow \begin{cases} E[tq] = 15 \text{ minutos} \\ E[ts] = 2,5 \text{ minutos} \end{cases}$$

$$\boxed{E[tw] = 12,5 \text{ minutos}}$$

Anderson Kiyoshi Yokota - T74-TP315

Lista 01

Exercício 04

a) $\lambda = 480 \text{ pacotes/minuto} \Rightarrow \lambda = 8 \text{ pacotes/segundo}$

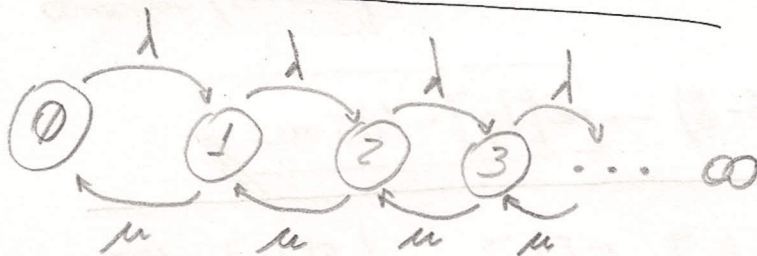
$C = 64 \text{ Kbps}$

$\bar{L} = 4000 \text{ bits}$

Buffer infinito, chegada e saída exponencial:

$m/m/1/\infty/\infty/\infty/\text{FIFO} \rightarrow \boxed{m/m/1}$

④ b)



④ c) $E[t_s] = \bar{L}/C \rightarrow \begin{cases} \bar{L} = 4000 \text{ bits} \\ C = 64 \text{ Kbps} \end{cases} \rightarrow \boxed{E[t_s] = 62,50 \text{ ms}}$

$\mu = 1/E[t_s] \rightarrow \begin{cases} E[t_s] = 62,50 \text{ ms} \end{cases} \rightarrow \boxed{\mu = 16 \text{ pacotes/segundo}}$

④ d) $\rho = \lambda \cdot E[t_s] = \lambda/\mu \rightarrow \begin{cases} \lambda = 8 \text{ pacotes/segundo} \\ \mu = 16 \text{ pacotes/segundo} \end{cases}$

$\rho = 8/16 \rightarrow \boxed{\rho = 50\%}$

④ e) em sistemas $m/m/1$, $P_0 = 1 - \rho \rightarrow \rho = 0,5$

$P_0 = 1 - 0,5 \rightarrow \boxed{P_0 = 50\%}$

$$\textcircled{4} f) P_k = \rho^k \cdot P_0 = (\lambda/\mu)^k \cdot (1-\rho) \rightarrow \begin{cases} k=1 \\ \rho = 0,5 \\ P_0 = 0,5 \end{cases}$$

$$P_1 = 0,5^1 \cdot 0,5 \rightarrow \boxed{P_1 = 0,25}$$

$$\textcircled{4} g) P_k = \rho^k \cdot P_0 \rightarrow \begin{cases} k=10 \\ \rho = 0,5 \\ P_0 = 0,5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_{10} = 0,5^{10} \cdot 0,5 \\ P_{10} = 4,8828 \times 10^{-4} \end{cases}$$

$$\textcircled{4} h) E[t_q] = 1/(\mu - \lambda) \rightarrow \begin{cases} \mu = 16 \text{ pacotes/segundo} \\ \lambda = 8 \text{ pacotes/segundo} \end{cases}$$

$$E[t_q] = 1/(16-8) \rightarrow \boxed{E[t_q] = 125 \text{ ms}}$$

$$\textcircled{4} i) E[t_w] = E[t_q] - E[t_s] \rightarrow \begin{cases} E[t_q] = 125 \text{ ms} \\ E[t_s] = 62,5 \text{ ms} \end{cases}$$

$$E[t_w] = (125 - 62,5) \times 10^{-3} \rightarrow \boxed{E[t_w] = 62,5 \text{ ms}}$$

$$\textcircled{4} j) E[q] = \lambda \cdot E[t_q] \rightarrow \begin{cases} \lambda = 8 \text{ pacotes/segundo} \\ E[t_q] = 125 \text{ ms} \end{cases}$$

$$\boxed{E[q] = 1 \text{ pacote}}$$

$$\textcircled{4} k) E[w] = \lambda \cdot E[t_w] \rightarrow \begin{cases} \lambda = 8 \text{ pacotes/segundo} \\ E[t_w] = 62,5 \text{ ms} \end{cases}$$

$$\boxed{E[w] = 0,5 \text{ pacotes}}$$

$$\textcircled{5} \lambda = 0,25 \text{ pacotes/minuto}$$

$$E[t_s] = 3 \text{ minutos}$$

→ sistema m/m/1

$$\mu = 1/E[t_s] \rightarrow E[t_s] = 3 \text{ minutos} \rightarrow \mu = 1/3 \text{ pacotes/minuto}$$

$$\rho = \lambda/\mu \rightarrow \left| \begin{array}{l} \lambda = 0,25 \\ \mu = 1/3 \end{array} \right. \rightarrow \boxed{\rho = 0,75}$$

$$P_0 = 1 - \rho \rightarrow \boxed{P_0 = 0,25}$$

$$\textcircled{5b) } \boxed{P_0 = 0,25}$$

$$\textcircled{5c) } E[t_q] = 1/(\mu - \lambda) \rightarrow \left| \begin{array}{l} \mu = 1/3 \\ \lambda = 0,25 \end{array} \right. \rightarrow \boxed{E[t_q] = 12 \text{ minutos}}$$

$$\textcircled{5d) } E[t_w] = E[t_q] - E[t_s] \rightarrow \left| \begin{array}{l} E[t_q] = 12 \text{ minutos} \\ E[t_s] = 3 \text{ minutos} \end{array} \right.$$

$$E[t_w] = 12 - 3 \rightarrow \boxed{E[t_w] = 9 \text{ minutos}}$$

$$\textcircled{5e) } E[w] = \lambda \cdot E[t_w] \rightarrow \left| \begin{array}{l} \lambda = 0,25 \\ E[t_w] = 9 \end{array} \right.$$

$$E[w] = 0,25 \cdot 9 \rightarrow \boxed{E[w] = 2,25 \text{ requisições}}$$

⑤ a) $P(t_q > T) = e^{-[(1-p) \cdot T] / E[t_s]}$ | $T = 20$ minutos
 $p = 0,75$
 $E[t_s] = 3$ minutos

$P(t_q > 20) = e^{-[5/3]} \rightarrow \boxed{P(t_q > 20) = 0,188876}$

Lista 02

Exercício 01

a) $\lambda = 3600$ pacotes/minuto $\rightarrow \lambda = 60$ pacotes/segundo

$C = 300$ Kbps

$\bar{L} = 4000$ bits

sistema: $M/M/1/oo/oo/oo/FIFO$

$\mu = 1/E[t_s] \rightarrow E[t_s] = \frac{4000}{300.000} \rightarrow E[t_s] = 0,013332s$

$\mu = 1/0,01332 \rightarrow \mu = 75$ pacotes/segundo

$\rho = \lambda/\mu \rightarrow \left| \begin{array}{l} \lambda = 60 \\ \mu = 75 \end{array} \right. \rightarrow \rho = 0,8$

$P_0 = 1 - \rho \rightarrow \boxed{P_0 = 0,2}$

① b) $E[t_q] = \frac{1}{(\mu - \lambda)} \rightarrow \left| \begin{array}{l} \mu = 75 \text{ p/s} \\ \lambda = 60 \text{ p/s} \end{array} \right. \rightarrow E[t_q] = 0,6667s$

$E[q] = \lambda \cdot E[t_q] \rightarrow \left| \begin{array}{l} E[t_q] = 0,6667s \\ \lambda = 60 \text{ p/s} \end{array} \right. \rightarrow \boxed{E[q] = 4 \text{ pacotes}}$

① c) $E[t_q] = \frac{1}{(\mu - \lambda)} \rightarrow \boxed{E[t_q] = 66,667 \text{ ms}}$

② a) $m = 03$ servidores

$\lambda = 20$ chamados/hora

$E[t_s] = 3 \text{ min} = 0,05 \text{ horas}$

$J = 0$ espera

sistema: $M/M/3/0/3/oo/FIFO$

$\mu = 1/E[t_s] \rightarrow \mu = 20$ chamados/hora

$\rho = \lambda/\mu \rightarrow \left| \begin{array}{l} \lambda = 20 \text{ chamados/hora} \\ \mu = 20 \text{ chamados/hora} \end{array} \right. \rightarrow \boxed{\rho = 100\%}$

$\mu = 20$ chamados/hora

$\rightarrow \boxed{\rho = 100\%}$

$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^3 \left[\frac{\rho^k}{k!} \right]} \rightarrow P_0 = \left[\frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} \right]^{-1} \rightarrow P_0 = (2,6667)^{-1}$

$\boxed{P_0 = 0,3750}$

$$\textcircled{2} b) P_0 = \left\{ \sum_{k=0}^m \left[\frac{\rho^k}{k!} \right] \right\}^{-1} \rightarrow \left. \begin{matrix} m=3 \\ \rho=1 \end{matrix} \right\} \rightarrow P_0 = \left\{ \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} \right\}^{-1}$$

$$P_0 = (2,6667)^{-1} \rightarrow P_0 = 0,3750$$

$$P_B = P_3 = \frac{\rho^3}{3!} \cdot P_0 \rightarrow P_B = \frac{1^3}{3!} \cdot 0,3750 \rightarrow \boxed{P_B = 0,06250}$$

$$\textcircled{2} c) E[t_q] = 3 \text{ minutos} = 0,05 \text{ horas} // \rightarrow E[t_s] = E[t_q]; E[t_w] = 0$$

$L_0 = 3 \text{ minutos}$

$\textcircled{3} a)$ sistema $m/m/3/\infty/\infty/\infty/FCFS$

$$\rho = 100\%; \mu = 20 \text{ chamadas/seg}; \lambda = 20 \text{ chamadas/seg};$$

$$P_0 = \left\{ \left[\sum_{k=0}^{m-1} \frac{\rho^k}{k!} \right] + \left[\frac{\rho^m}{m!} \cdot (1 - \rho/m) \right] \right\}^{-1} \rightarrow \boxed{P_0 \cong 0,3636364}$$

$$\textcircled{3} b) E[q] = \lambda \cdot E[t_q] \rightarrow E[t_q] = E[t_s] + E[t_w] \quad \left| \begin{matrix} E[t_s] = 0,05h \\ E[t_w] = ? \end{matrix} \right.$$

$$E[t_w] = \frac{P_0 \cdot \rho^m}{\lambda \cdot m!} \cdot \left[\frac{\rho/m}{(1 - \rho/m)^2} \right] \rightarrow \left. \begin{matrix} P_0 = 0,3636 \\ \rho = 1 \\ \lambda = 20 \\ m = 3 \end{matrix} \right\} \textcircled{5}$$

$$E[t_w] = 0,002222227$$

$$E[t_q] = E[t_s] + E[t_w] \rightarrow 0,05 + 0,00222227 \rightarrow \boxed{E[t_q] = 52,272727 \text{ ms}}$$

$$E[q] = 20 \cdot 0,05222227 \rightarrow \boxed{E[q] = 1,0454545 \dots \text{ chamadas}}$$

$$\textcircled{3} c) E[t_q] = E[t_s] + E[t_w] \rightarrow 0,05 + 0,00222227$$

$$E[t_q] = 0,05222227 \rightarrow \boxed{E[t_q] = 52,272727 \dots \text{ ms}}$$

λ - taxa de chegada

μ - taxa de saída

ρ - utilização $\rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu}$

Kendall:

A/B/m/J/K/s/x

A - processo de chegada

B - processo de saída

m - quantidade de servidores

J - tamanho da fila

K - quantidade de elementos na fila

s - tamanho da população

x - forma de atendimento (FCFS)

\rightarrow Little: \rightarrow quantidade média de elementos no sistema

$E[g] = \lambda \cdot E[tg] \rightarrow$ tempo total no sistema, por elemento

$E[w] = \lambda \cdot E[tw] \rightarrow$ tempo na fila, por elemento
 \hookrightarrow quantidade média de elementos na fila

$E[s] = \lambda \cdot E[ts] \rightarrow$ tempo de atendimento, por elemento
 \hookrightarrow quantidade de atendentes/receptores