← não retirar o grampo RA:

PUC CAMPINAS PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA

Sistemas de Controle e Servomecanismo.

Prof. Salles

Nome GABARITO RA ____________ 13/04/2005

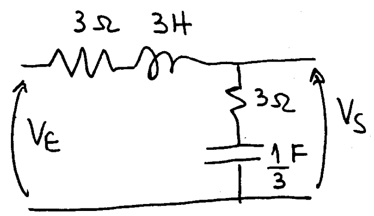
Leia a prova inteira. Sem consulta. Duração: 1h30min. Boa sorte !
Permitido o uso de calculadora. Dar as respostas com duas casas depois da vírgula.

Escrever com caneta a resposta final.

1. Para o sistema representado pelo circuito abaixo, onde a entrada é a tensão V_E e a saída é a tensão V_S , pede-se: · (4 pontos)

   a) determinar a função de transferência G(s)
   b) a resposta $V_S(t)$ para uma entrada V_E (t) = 2*u(t), onde u(t) é o degrau unitário

obs.: condições iniciais nulas e t>0



a)

$$I = \frac{V_E}{6 + 3s + \frac{3}{s}} \qquad V_S = \left(3 + \frac{3}{s}\right) \cdot I$$

$$\frac{V_S}{V_E} = \frac{(3 + 3/s)}{6 + 3s + 3/s} = \frac{3s+3}{3s^2+6s+3} = \boxed{\frac{s+1}{s^2+2s+1}}$$

$$= \boxed{\frac{1}{s+1}}$$

b)

$$V_S(s) = \underbrace{\frac{s+1}{s^2+2s+1}}_{\frac{3}{s(s+1)}} \cdot \frac{3}{s} = \cancel{\frac{s+1}{s(s+1)^2}} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{(s+1)^2}$$

+1 −1 C=0

$$\boxed{V(t) = 3 - 3e^{-t}}$$

$$s^2+2s+1=0$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4\cdot1\cdot1}}{2} = -1$$

$$A = \frac{\cancel{3}s+1}{(s+1)^2}\Big| = 1$$

$$C = \frac{s+1}{s}\Big|_{s=-1} = 0$$

← **não retirar o grampo** **RA:**

2. Para o sistema representado pelas funções de transferência ~~abaixo~~, pede-se:
   a) a resposta c(t) do sistema sujeito a uma entrada $r(t) = 2^*e^{-3^*t}$ (exponencial decrescente, onde "e" é o número neperiano; e = 2,718...) com uma perturbação nula (p(t) = 0).
   b) a resposta c(t) do sistema sujeito a uma perturbação p(t) = 3*u(t) onde u(t) é o "degrau unitário" e com uma entrada nula (r(t) = 0).

(6 pontos)

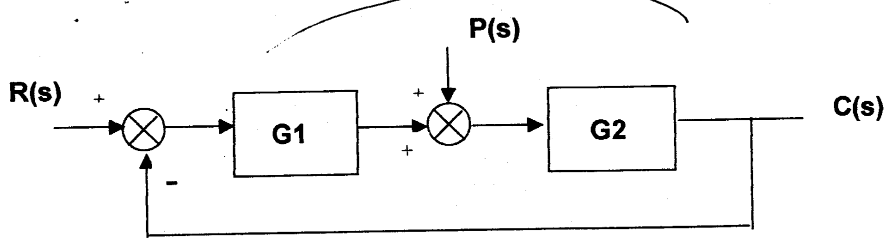
$$\frac{2}{s+3}$$

$G1(s) = \dfrac{2s}{(s+3)}$

$G2(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$

realimentação unitária (H(s)=1)
obs.: condições iniciais nulas

$$G = \frac{2\cancel{s}}{s+3} \cdot \frac{1}{\cancel{s}(s+1)}$$



$$\frac{G}{1+GH} = \frac{\dfrac{2}{(s+3)(s+1)}}{1+\dfrac{2}{(s+3)(s+1)}\cdot 1} = \frac{2}{(s+1)(s+3)+2}$$

a) $$\frac{2}{s^2+4s+5}\cdot\frac{2}{s+3} = \frac{A}{s+3} + \frac{Bs+C}{(s+2)^2+1^2}$$

$$As^2+4As+5A+Bs^2+3Bs+Cs+3C=4$$

$$\left.\begin{array}{ll} s^2: & A+B=0 \\ s^1: & 4A+3B+C=0 \\ s^0: & 5A+3C=4 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} A=2 \\ B=-2 \\ C=-2 \end{array}$$

$$c(t) = 2\cdot e^{-3t} - 2e^{-2t}\cos t + 2e^{-2t}\operatorname{sen} t$$

RASC

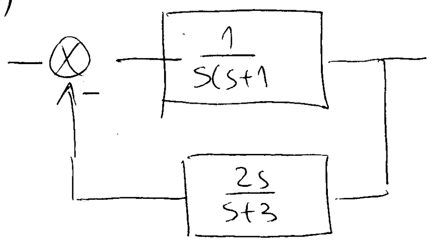
$$\begin{array}{r} s+3 \\ s+1 \\ \hline s\quad 3 \\ s^2\ 3s \\ \hline s^2+4s+3 \end{array}$$

$$s^2+4s+5=0$$

$$s = \frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot5}}{2\cdot1} = \frac{-4\pm2j}{2} = -2\pm j$$

GABARITO

b)



$$\frac{G}{1+GH} = \frac{\frac{1}{s(s+1)}}{1+\frac{1}{\cancel{s}(s+1)}\cdot\frac{2\cancel{s}}{(s+3)}} = \frac{\frac{s+3}{s}}{(s+1)(s+3)+2} = \frac{\frac{s+3}{s}}{s^2+4s+5}$$

$$= \frac{(s+3)}{s(s^2+4s+5)}\cdot\frac{3}{s} = \frac{A}{s}+\frac{B}{s^2}+\frac{Cs+D}{s^2+4s+5}$$

$$As^3+4As^2+5As + Bs^2+4Bs+5B + Cs^3+Ds^2 = 3s+9$$

$$\left.\begin{aligned} s^3 &\Rightarrow A + C &= 0\\ s^2 &\Rightarrow 4A+B+D &= 0\\ s^1 &\Rightarrow 5A+4B &= 3\\ s^0 &\Rightarrow 5B &= 9 \end{aligned}\right\rangle \quad \begin{aligned} A &= -21/25\\ B &= 9/5\\ C &= -21/25\\ D &= 39/25 \end{aligned}$$

$$c(t) = \frac{9}{5}t - \frac{21}{25} - \frac{21}{25}e^{-2t}\cos t - \frac{3}{25}e^{-2t}\operatorname{sen} t$$

Pares de transformada de Laplace

	$f(t)$	$F(s)$
1	Impulso unitário $\delta(t)$	1
2	Degrau unitário $1(t)$	$\frac{1}{s}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$
4	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$	$\frac{1}{s^n}$
5	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
6	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
7	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-at} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$	$\frac{1}{(s+a)^n}$
8	$\frac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
9	$\frac{1}{ab}\left[1 + \frac{1}{a-b}(be^{-at} - ae^{-bt})\right]$	$\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$
10	$\operatorname{sen} \omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
11	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
12	$e^{-at} \operatorname{sen} \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
13	$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$
14	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \operatorname{sen} \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\, t$	$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$
15	$-\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \operatorname{sen}(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\, t - \phi)$ $\phi = \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$	$\frac{s}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$
16	$1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \operatorname{sen}(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\, t + \phi)$ $\phi = \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$	$\frac{\omega_n^2}{s(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$

Propriedades das transformadas de Laplace

1	$\mathcal{L}_\pm\left[\frac{d}{dt}f(t)\right] = sF(s) - f(0\pm)$
2	$\mathcal{L}_\pm\left[\frac{d^2}{dt^2}f(t)\right] = s^2F(s) - sf(0\pm) - \dot{f}(0\pm)$
3	$\mathcal{L}_\pm\left[\frac{d^n}{dt^n}f(t)\right] = s^nF(s) - \sum_{k=1}^{n} s^{n-k} \overset{(k-1)}{f}(0\pm)$ onde $\overset{(k-1)}{f}(t) = \frac{d^{k-1}}{dt^{k-1}} f(t)$
4	$\mathcal{L}_\pm\left[\int f(t)\,dt\right] = \frac{F(s)}{s} + \frac{1}{s}\left[\int f(t)\,dt\right]_{t=0\pm}$
5	$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)\,dt\right] = \frac{F(s)}{s}$
6	$\int_0^\infty f(t)\,dt = \lim_{s\to 0} F(s) \quad$ se $\int_0^\infty f(t)\,dt$ existir
7	$\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] = F(s+a)$
8	$\mathcal{L}[f(t-a)1(t-a)] = e^{-as}F(s) \quad a \geq 0$
9	$\mathcal{L}[tf(t)] = -\frac{dF(s)}{ds}$
10	$\mathcal{L}[t^2f(t)] = \frac{d^2}{ds^2}F(s)$
11	$\mathcal{L}[t^nf(t)] = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n}F(s) \quad n = 1, 2, 3, \ldots$
12	$\mathcal{L}\left[\frac{1}{t}f(t)\right] = \int_s^\infty F(s)\,ds \quad$ se $\lim_{t\to 0} \frac{1}{t}f(t)$ existir
13	$\mathcal{L}\left[f\left(\frac{t}{a}\right)\right] = aF(as)$
14	$\mathcal{L}\left[\int_0^t f_1(t-\tau)f_2(\tau)\,d\tau\right] = F_1(s)F_2(s)$
15	$\mathcal{L}[f(t)g(t)] = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p)G(s-p)\,dp$