Capítulo 6
LÓGICA NEBULOSA

Faculdade de Engenharia de Computação
Centro de Ciências Exatas, Ambientais e de Tecnologias

PUC-Campinas

João Luís Garcia Rosa

2004

Lógica Nebulosa

- Os conjuntos nebulosos (*fuzzy sets*) concebidos por L. Zadeh (1965), é a base para os sistemas nebulosos muito usados em controle inteligente. Baseados na lógica nebulosa, também conhecida como lógica multivalorada ou lógica da incerteza.

Lógica Clássica

- Para indicar que um elemento individual *x* é um membro ou elemento de um conjunto A, escreve-se

$$x \in A.$$

- Quando *x* não é um elemento de um conjunto A, escreve-se

$$x \notin A.$$

Lógica Clássica

- Um conjunto pode ser descrito pelos nomes de seus elementos. Suponha que um conjunto A tenha os elementos $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Este conjunto pode ser descrito como:

$$A = \{ a_1, a_2, \ldots, a_n \},$$

Lógica Clássica

- Como, para a teoria clássica de conjuntos, um elemento pertence a A ou não pertence a A, pode-se definir uma *função de pertinência* $\mu_A(x)$, que será igual a 1, se $x \in A$ e igual a 0 se $x \notin A$. Suponha agora que X é o conjunto universo. A função de pertinência pode ser descrita como:

$$\mu_A: X \rightarrow \{0, 1\}.$$

Lógica Clássica

- Pode-se representar o conjunto A em termos da função de pertinência de seus elementos. Suponha que A = {1, 3, 4, 6, 8} em X = [1,10]. Logo A pode ser descrito como

  $A = \{\mu_A(x_i)/x_i\}$, ou seja

  A = {1/1, 0/2, 1/3, 1/4, 0/5, 1/6, 0/7, 1/8, 0/9, 0/10}.

Lógica Clássica

- Todas as definições, teoremas e propriedades da lógica de predicados clássica valem para os conjuntos ordinários. O complemento de um conjunto A pode ser definido como:

  $\neg A = \{ x \mid x \notin A \}$.

- A partir desta definição conclui-se que

  $\neg\varnothing = X$ e $\neg X = \varnothing$.

Lógica Clássica

- A união de dois conjuntos A e B é o conjunto contendo todos os elementos que pertencem só ao conjunto A, só ao B ou a ambos. Isto é denotado por

  $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ ou } x \in B \}$.

- A partir disto pode-se concluir que

  $A \cup X = X$ e $A \cup \varnothing = A$.

- *Lei do terceiro excluído:*

  $A \cup \neg A = X$.

Lógica Clássica

- A interseção dos conjuntos A e B é o conjunto contendo todos os elementos que pertencem a A e a B. É denotado por

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ e } x \in B \}.$$

- Pode-se então concluir que

$$A \cap X = A \quad \text{e} \quad A \cap \varnothing = \varnothing \,.$$

- *Lei da contradição*:

$$A \cap \neg A = \varnothing.$$

Lógica Nebulosa

- Para os conjuntos nebulosos (*fuzzy*), a função de pertinência dos elementos de um conjunto varia entre 0 e 1, incluindo os extremos, ou seja:

$$\mu_A: X \rightarrow [0, 1].$$

Lógica Nebulosa

- Ou seja, neste caso não tem mais sentido dizer que um elemento pertence ou não a um conjunto. Deve-se dizer que um elemento pertence com grau de pertinência de 0.9, por exemplo, se ele *quase* pertencer, ou com grau de pertinência de 0.1, se ele *quase* não pertencer.

Lógica Nebulosa

- Os extremos do intervalo correspondem ao *pertence* e ao *não pertence* da lógica clássica. Para um conjunto nebuloso A pode-se ter:

  A = { 0.1/1, 0.8/2, 1/3, 1/4, 0.3/5, 0/6, 0/7, 0.2/8, 0.1/9, 1/10}.

Lógica Nebulosa

- As operações com os conjuntos nebulosos são diferentes das operações com conjuntos ordinários. As leis do terceiro excluído e da contradição não são satisfeitas para conjuntos nebulosos.

Operações com conjuntos nebulosos

- Para os conjuntos nebulosos existem diversas definições para o complemento, a união e a interseção de conjuntos. As mais aceitas são as seguintes (em termos da função de pertinência de seus elementos):

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x),$$
$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)],$$
$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)].$$

Links para Lógica Nebulosa

http://www.seattlerobotics.org/encoder/mar98/fuz/flindex.html

http://www.flll.uni-linz.ac.at/pdw/fuzzy/fuzzy.html

http://www.cms.dmu.ac.uk/~rij/fuzzy.html

http://ai.iit.nrc.ca/IR_public/fuzzy/fuzzyClips/fuzzyCLIPSIndex.html