

Capítulo 3. Prova Automática de Teoremas

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Considere as cláusulas obtidas no exercício 1 do capítulo 2:

- a) Prove que Josualdo gosta de amendoim utilizando a resolução.
- b) Utilize a resolução para responder a pergunta "O que Solange come?"

2. Suponha os seguintes fatos:

- a) Elesbão gosta apenas de cursos fáceis.
- b) Os cursos de ciência são difíceis.
- c) Todos os cursos do departamento de fabricação de cestas são fáceis.
- d) BK301 é um curso de fabricação de cestas.

Utilize a resolução para responder à pergunta "Que curso Elesbão gostaria de fazer?".

3. Considere os fatos seguintes:

- a) Os sócios do Clube de Bolinha de Gude de São Petersburgo são Paul, Linda, Maguila e Sharon Stone.
- b) Paul é casado com Linda.
- c) Maguila é irmão de Sharon Stone.
- d) O esposo de toda pessoa sócia do clube também é sócio do clube.
- e) A última reunião do clube foi na casa de Paul.

- 1) Represente estes fatos na lógica de predicados.
- 2) Dos fatos acima, a maioria das pessoas seria capaz de decidir sobre a verdade das declarações adicionais seguintes:

- f) A última reunião do clube foi na casa de Linda.
- g) Sharon Stone não é casada.

Pode-se construir provas de resolução para demonstrar a verdade de cada uma dessas declarações, dados os cinco fatos listados acima? Faça-o, se possível. Caso contrário, acrescente os fatos que você precisar e depois construa as provas.

4. Determine se cada um dos seguintes conjuntos de cláusulas é satisfável:

- a) $\{ \neg p \supset q, \neg q \supset s, p \supset s, \neg r, \neg s \}$
- b) $\{ p \supset \neg q, p \supset q, \neg p \}$
- c) $\{ \neg p \supset q, p \supset \neg r, \neg q, \neg r \}$
- d) $\{ p \supset q, \neg p \supset q, p \supset \neg q, \neg p \supset \neg q \}$

5. Determine se cada um dos seguintes conjuntos de expressões é unificável:

- a) $\{ p(X, f(Y), Y), p(W, Z, g(a,b)) \}$
- b) $\{ p(X, Z, Y), p(X, Z, X), p(a, X, X) \}$
- c) $\{ p(a, X, f(X)), p(X, Y, Z) \}$
- d) $\{ p(Z, f(X), b), p(X, f(a), b), p(g(X), f(a), Y) \}$

6. Procure uma refutação para os seguintes conjuntos (inconsistentes) de cláusulas conectadas conjuntivamente usando a estratégia de controle chamada "forma de entrada linear":

- p:
- 1. $\neg p \supset \neg q \supset r$
 - 2. $\neg s \supset t$
 - 3. $\neg t \supset p$
 - 4. s
 - 5. $\neg r$
 - 6. $\neg s \supset u$
 - 7. $\neg u \supset q$

- q:
- 1. $\neg p \supset r$
 - 2. $\neg q \supset \neg r$
 - 3. $\neg s \supset t$
 - 4. $\neg t \supset p$
 - 5. s
 - 6. $\neg s \supset j$
 - 7. $\neg j \supset q$

7. Se um curso é fácil, alguns estudantes no curso são felizes. Se um curso tem exame, nenhum estudante no curso é feliz. Use resolução para mostrar que, se um curso tem exame, o curso não é fácil.

8. Usando refutação mostre que o conjunto S de cláusulas:

- 1. $\neg a(X) \supset f(X) \supset g(f(X))$
- 2. $\neg f(X) \supset b(X)$
- 3. $\neg f(X) \supset c(X)$
- 4. $\neg g(X) \supset b(X)$

5. $\neg g(X) \vee d(X)$
6. $a(g(X)) \vee f(h(X))$

implica na "meta": $\exists X \exists Y ((b(X) \wedge c(X)) \vee (d(Y) \wedge b(Y)))$

Não deixe de individualizar a variável de cada cláusula. Desenhe a árvore de refutação indicando claramente cada substituição.

9. Use resolução para mostrar que o conjunto de cláusulas abaixo é insatisfatível (inconsistente):

$$\{ p(X, Y) \vee q(a, f(Y)) \vee p(a, g(Z)), \neg p(a, g(X)) \vee q(a, f(g(b))), \neg q(X, Y) \}$$

10. Indique quais das seguintes cláusulas são subjugadas por $p(f(X), Y)$:

- a) $p(f(a), f(X)) \vee p(Z, f(Y))$
- b) $p(Z, a) \vee \neg p(a, Z)$
- c) $p(f(f(X)), Z)$
- d) $p(f(Z), Z) \vee q(X)$
- e) $p(a, a) \vee p(f(X), Y)$

11. Prove por refutação que: $((a \rightarrow b) \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow (b \rightarrow c))$

12. Mostre por refutação que a fórmula " $\exists X p(X)$ " segue logicamente da fórmula " $p(a_1) \vee p(a_2)$ ". Entretanto, a forma skolemizada de " $\exists X p(X)$ ", denominada " $p(a)$ ", não segue logicamente de " $p(a_1) \vee p(a_2)$ ". Explique.

13. Prove que: $\forall Z (q(Z) \rightarrow p(Z)) \rightarrow (\exists X ((q(X) \rightarrow p(a)) \wedge (q(X) \rightarrow p(b))))$