

LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS - **FORMA NORMAL DE GREIBACH**

Definição. Dizemos que uma gramática livre de contexto está na *forma normal de Greibach* (FNG) se toda produção for da forma $A \rightarrow bW$, onde $A \in V$, $b \in \Sigma$ e $W \in V^*$.

Exercício 15 (página 25 da apostila de LFA - capítulo 2): Converta a seguinte gramática à Forma Normal de Greibach.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow SSS \mid RS \mid 0 \\ R &\rightarrow RR \mid SR \mid 1 \end{aligned}$$

Resolução:

- 1) Ordena-se o conjunto de variáveis: $V = \{S, R\}$
- 2) Todas as produções de S são crescentes. Eliminam-se as recursões à esquerda das produções de S: Como as produções $A \rightarrow Av \mid w$ derivam a cadeia wv^* , que também é derivada por:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow wB \mid w \\ B &\rightarrow vB \mid v \end{aligned}$$
 sem recursões à esquerda. Fazendo $v = SS$, $w_1 = RS$ e $w_2 = 0$, tem-se:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow RSB \mid RS \mid 0B \mid 0 \\ B &\rightarrow SSB \mid SS \end{aligned}$$
- 3) Substitui-se o S nas produções de R, pois a segunda produção de R ($R \rightarrow SR$) não é crescente:

$$R \rightarrow RR \mid RSB \mid RSR \mid 0BR \mid 0R \mid 1$$
- 4) Agora, todas as produções de R são crescentes. Eliminam-se as recursões à esquerda das produções de R. Fazendo $v_1 = R$, $v_2 = SBR$, $v_3 = SR$, $w_1 = 0BR$, $w_2 = 0R$ e $w_3 = 1$, tem-se:

$$\begin{aligned} R &\rightarrow 0BR \mid 0BR \mid 0RC \mid 0R \mid 1C \mid 1 \\ C &\rightarrow RC \mid R \mid SBRC \mid SBR \mid SRC \mid SR \end{aligned}$$
- 5) As produções atualizadas são:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow RSB \mid RS \mid 0B \mid 0 \\ B &\rightarrow SSB \mid SS \\ R &\rightarrow 0BR \mid 0BR \mid 0RC \mid 0R \mid 1C \mid 1 \\ C &\rightarrow RC \mid R \mid SBRC \mid SBR \mid SRC \mid SR \end{aligned}$$
 Para gerar a FNG precisa-se eliminar o R nas duas primeiras produções de S, substituindo-os pelas produções de R:

$$S \rightarrow 0BRCSB \mid 0BR \mid 0RC \mid 0RSB \mid 1CSB \mid 1SB \mid 0BRCS \mid 0BRS \mid 0RCS \mid 0RS \mid 1CS \mid 1S \mid 0B \mid 0$$
 Agora todas as produções de S estão na FNG. Então, elimina-se o S à esquerda das produções de B, substituindo-os pelas produções de S:

$$\begin{aligned} B &\rightarrow 0BRCSBSB \mid 0BRSBSB \mid 0RCBSBSB \mid 0RSBSB \mid 1CSBSB \mid 1SBSB \mid 0BRCSB \mid 0BRSB \mid 0RCSSB \mid 0BRSSB \mid 0RCSSB \mid 0RSSB \mid 1CSSB \mid 1SSB \mid 0BSB \mid 0SB \mid 0BRCSBS \mid 0BRSBS \mid 0RCBSB \mid 0RSB \mid 1CSBS \mid 1SBS \mid 0BRCSB \mid 0BRSB \mid 0RCSSB \mid 0RSSB \mid 1CSSB \mid 1SSB \mid 0BSB \mid 0S \end{aligned}$$
 Faz-se o mesmo pelas produções de C:

$$\begin{aligned} C &\rightarrow 0BRCC \mid 0BR \mid 0RCC \mid 0RC \mid 1CC \mid 1C \mid \mathbf{0BR} \mid 0BR \mid \mathbf{0RC} \mid 0R \mid \mathbf{1C} \mid 1 \mid 0BRCSBBRC \mid 0BRSBBRC \mid 0RCSSBBRC \mid 0RSBBRCBRC \mid 1CSBBRC \mid 1SBBRC \mid 0BRCSBRC \mid 0BRSBRC \mid 0RCSSBRC \mid 0RSSBRC \mid 1CSSBRC \mid 1SSBRC \mid 0BSBRC \mid 0SBRC \mid 0BRCSBSB \mid 0BRSBSB \mid 0RCBSBSB \mid 0RSBSB \mid 1CSBSB \mid 1SBSB \mid 0BRCSB \mid 0BRSB \mid 0RCSSB \mid 0BRSSB \mid 0RCSSB \mid 0RSSB \mid 1CSSB \mid 1SSB \mid 0BSB \mid 0S \end{aligned}$$
- 6) A gramática na Forma Normal de Greibach (eliminando as produções repetidas (em negrito)):

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0BRCSB \mid 0BRSB \mid 0RC \mid 0RSB \mid 1CSB \mid 1SB \mid 0BRCS \mid 0BRS \mid 0RCS \mid 0RS \mid 1CS \mid 1S \mid 0B \mid 0 \\ B &\rightarrow 0BRCSBSB \mid 0BRSBSB \mid 0RCBSBSB \mid 0RSBSB \mid 1CSBSB \mid 1SBSB \mid 0BRCSB \mid 0BRSB \mid 0RCSSB \mid 0BRSSB \mid 0RCSSB \mid 0RSSB \mid 1CSSB \mid 1SSB \mid 0BSB \mid 0SB \mid 0BRCSBS \mid 0BRSBS \mid 0RCBSB \mid 0RSB \mid 1CSBS \mid 1SBS \mid 0BRCSB \mid 0BRSB \mid 0RCSSB \mid 0RSSB \mid 1CSSB \mid 1SSB \mid 0BSB \mid 0S \\ R &\rightarrow 0BR \mid 0BR \mid 0RC \mid 0R \mid 1C \mid 1 \\ C &\rightarrow 0BRCC \mid 0BR \mid 0RCC \mid 0RC \mid 1CC \mid 1C \mid 0BR \mid 0R \mid 1 \mid 0BRCSBBRC \mid 0BRSBBRC \mid 0RCSSBBRC \mid 0RSBBRCBRC \mid 1CSBBRC \mid 1SBBRC \mid 0BRCSBRC \mid 0BRSBRC \mid 0RCSSBRC \mid 0RSSBRC \mid 1CSSBRC \mid 1SSBRC \mid 0BSBRC \mid 0SBRC \mid 0BRCSBSB \mid 0BRSBSB \mid 0RCBSBSB \mid 0RSBSB \mid 1CSBSB \mid 1SBSB \mid 0BRCSB \mid 0BRSB \mid 0RCSSB \mid 0BRSSB \mid 0RCSSB \mid 0RSSB \mid 1CSSB \mid 1SSB \mid 0BSB \mid 0S \end{aligned}$$

6 produções na GLC original - 95 produções na GLC na forma normal de Greibach.