Pontifícia Universidade Católica de Campinas
Centro de Ciências Exatas, Ambientais e de Tecnologias
Faculdade de Engenharia de Computação

# LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

## Lista de Exercícios 3

**1.** Considere a linguagem $L = \{ w \mid w \in (a + b)^*$ com número par de $a$'s$\}$. Por exemplo, a cadeia *abbabaa* seria aceita, enquanto que a cadeia *baabba* não.

a) Se possível, escreva um autômato limitado linearmente (ALL) que processe $L$. Caso não seja possível, explique o porquê.
b) Se possível, escreva um autômato a pilha (APN) que processe $L$. Caso não seja possível, explique o porquê.
c) Qual é o tipo de $L$? Comente a sua resposta.

**2.** Considere uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S, A, B\}$, $P = \{S \to 0A \mid 1B$ / $0$, $A \to 0A \mid 0S \mid 1B$, $B \to 1B \mid 1 \mid 0\}$. Qual é a Máquina de Turing que processa $L(G)$?

**3.** Dê uma Máquina de Turing de duas cabeças que processa a linguagem $L = \{ww^R \mid w$ em $\{0,1\}^*\}$. Discuta por que é mais fácil para uma Máquina de Turing de várias cabeças reconhecer esta linguagem do que para uma Máquina de Turing de cabeça única.

**4.** Seja $G = (\{a, b\}, \{A, B\}, A, P)$, onde $P$ consiste de:

| | |
|---|---|
| $A \to Ba$ | $B \to BB$ |
| $Aa \to Bb$ | $B \to b$ |
| $B \to bA$ | $A \to a$ |
| $Ab \to \lambda$ | |

Qual é o tipo da $L(G)$? Que processador de linguagem (AFD/AFN, APN, Máquina de Turing) reconheceria esta linguagem? Por que?

**5.** Considere a seguinte linguagem livre de contexto $L = \{0^n1^n \mid n \geq 1\}$. Escreva a Máquina de Turing $T$ de duas cabeças que processa esta linguagem. Verifique como $T$ age com as entradas 01 e 011.

**6.** Seja $T$ a máquina de Turing:

$T = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, [, ], \#\}, q_0, \{q_3\}, \delta)$

onde $\delta$ é dado por:
$\delta(q_0, a) = (q_0, a, R)$

$\delta(q_0, \#) = (q_0, \#, R)$
$\delta(q_0, [) = (q_1, \#, R)$
$\delta(q_1, [) = (q_1, [, R)$
$\delta(q_1, \#) = (q_1, \#, R)$
$\delta(q_1, ]) = (q_2, \#, L)$
$\delta(q_2, x) = (q_2, x, L)$ para todo $x \neq a$
$\delta(q_2, a) = (q_0, a, R)$
$\delta(q_0, B) = (q_3, \#, R)$

Quais palavras da forma *aw*, onde *w* está em {[,]}*, são aceitas? Você pode achar uma gramática para esta linguagem?

7. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem $(a + b)^*$, na qual há menos *a*'s do que *b*'s.

8. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem (a + b)* onde existe mais *a*'s que *b*'s.

9. Escreva uma máquina de Turing de uma fita que compute $f(x) = 2 * x$. Dê sua especificação completa ($Q$, $\Sigma$, $q_0$, $q_a$, $\delta$).

10. Escreva uma Máquina de Turing que aceite a linguagem $(a + b)^*$, na qual há pelo menos um par de *a*'s.

11. Sabe-se que um autômato finito (AFD/AFN) processa linguagem linear a direita (regular) e que um autômato a pilha (APN), que é equivalente a um AFN + pilha, processa linguagem livre de contexto.

    Afirmação: "Qualquer máquina de Turing pode ser simulada por algum APN com duas pilhas."

    Comente esta afirmação.

12. Construa a máquina de Turing que aceite o conjunto de todas as sentenças que contenham dois 0s consecutivos ou dois 1s consecutivos. Teste para 010110.

13. Considere a seguinte máquina de Turing $T$ que reconhece a LLC $L = \{0^n1^n \mid n \geq 1\}$. Seja $T = (Q, \Sigma, q_0, q_a, \delta)$, onde

    $Q = \{q_0, q_1, \ldots, q_5\}$
    $\Sigma = \{0, 1, Y, Z\}$
    $q_a = q_5$

    sendo que $Y$ e $Z$ são símbolos da fita, mas não símbolos de entrada. $\delta$ é dado por:

1) $\delta(q_0, 0) = (q_1, Y, R)$

($T$ irá alternativamente substituir um 0 por $Y$, então um 1 por $Z$. No estado $q_0$, um 0 é substituído por um $Y$, e $T$ move para a direita no estado $q_1$ procurando um 1.)

2) a) $\delta(q_1, 0) = (q_1, 0, R)$

b) $\delta(q_1, Z) = (q_1, Z, R)$

c) $\delta(q_1, 1) = (q_2, Z, L)$

($T$ se move para a direita no estado $q_1$ (regras 2a e 2b). Quando um 1 é encontrado, ele é mudado para um $Z$, e o estado se torna $q_2$ (regra 2c). Em $q_2$, vemos que $T$ se move para a esquerda, procurando por um 0 para converter para um $Y$. Movendo para a esquerda, $T$ encontrará um bloco de $Z$'s, então talvez um bloco de 0's, então um $Y$.)

3) a) $\delta(q_2, Z) = (q_2, Z, L)$

b) $\delta(q_2, Y) = (q_3, Y, R)$

c) $\delta(q_2, 0) = (q_4, 0, L)$

($T$ se move para a esquerda através de $Z$'s (3a). Se $T$ encontra um $Y$ enquanto no estado $q_2$, não há mais 0's para converter. $T$ vai para o estado $q_3$ para checar que não há mais 1's (3b). Se um 0 é encontrado, $T$ vai para o estado $q_4$ e se move para a esquerda para converter o 0 mais a esquerda (3c).)

4) a) $\delta(q_4, 0) = (q_4, 0, L)$

b) $\delta(q_4, Y) = (q_0, Y, R)$

($T$ se move através de 0's (4a). Se um $Y$ é encontrado, $T$ passou o 0 mais a esquerda e então deve mover para a direita, para converter o 0 em um $Y$. Entra no estado $q_0$ e o processo descrito nas regras 1 a 4 se repete (regra 4b).)

5) a) $\delta(q_3, Z) = (q_3, Z, R)$

b) $\delta(q_3, B) = (q_5, Z, R)$

($T$ entra no estado $q_3$ quando não houver mais 0's (veja 3a). $T$ deve mover à direita (5a). Se um branco for encontrado antes de um 1, então não há mais 1's (5b). A entrada está em $L$ e $T$ entra no estado $q_5$, o estado de aceitação.)

6) $\delta$ é indefinida, para outros casos diferentes de 1 a 5 acima.

Verifique como $T$ age com a entrada 000111.

14. Escreva uma máquina de Turing que compute max ($n$, $m$). Descreva uma configuração exemplo e identifique qual a técnica de construção usada.