LFA - PARTE 3

O Conceito de Máquina de Turing (Descrição Informal)

João Luís Garcia Rosa
LFA-FEC-PUC-Campinas 2002

Exemplo

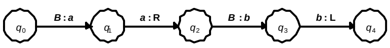


Figure 1.2.1

- Diagrama de estados (diagrama de transição): descrição completa do comportamento da máquina *M*
- Estados e instruções da máquina
- Estado inicial q_0
- Instruções da máquina

Exemplo (cont.)

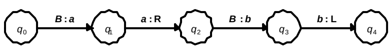


Figure 1.2.1

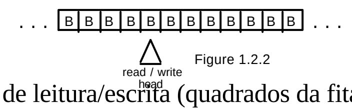


Figure 1.2.2

- Fita de leitura/escrita (quadrados da fita)
- Cabeça de leitura/escrita *percorre* um quadrado da fita
- Configuração inicial da fita

M Depois de um Passo de Computação

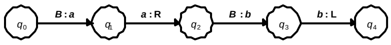


Figure 1.2.1

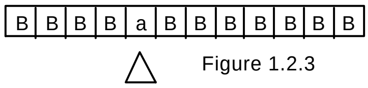
. . .  . . .

Figure 1.2.3

- Configuração da máquina: No estado q_1 percorrendo um *a* (todos os outros quadrados em branco).
- O que acontece depois?

4

Resumo do Comportamento de *M*

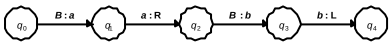


Figure 1.2.1

- Quando começou percorrendo o quadrado em uma fita completamente em branco, *M* escreve *ab* e pára percorrendo o *a*.
- Não se faz considerações para *M* se a fita não estiver inicialmente em branco.

5

Conceitos Importantes

- Configuração da fita
- Configuração da máquina = configuração da fita + estado corrente

6

Máquina de Turing Podem Computar Para Sempre

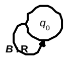


Figure 1.2.11(a)

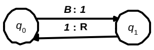


Figure 1.2.11(b)

- Máquinas à esquerda movem-se para a direita para sempre
- Máquina à direita escreve *1*s para a direita para sempre

7

Funções de Transição

- Descrição alternativa de *M*

8

Funções de Transição (Descrição Alternativa de Máquinas de Turing)

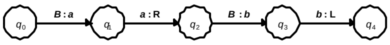


Figure 1.2.1

- $d(q_0, B) = (q_1, a, R)$
- $d(q_1, a) = (q_2, a, R)$
- $d(q_2, B) = (q_3, b, R)$
- $d(q_3, b) = (q_4, b, L)$

9

Pares e Triplas Ordenados (Revisão)

- Par ordenado $\langle a, b\rangle$
- Produto cartesiano $A\times B =_{\text{def.}} \{\langle a, b\rangle | a\in A$ e $b\in B\}$
- Tripla ordenada $\langle a, b, c\rangle$
- $A\times B\times C =_{\text{def.}} \{\langle a, b, c\rangle | a\in A, b\in B$ e $c\in C\}$

10

k-tuplas Ordenadas (Revisão)

- k-tupla ordenada $\langle a_1, a_2, \dots a_k\rangle$
- $A_1\times A_2\times\dots\times A_k =_{\text{def.}} \{\langle a_1, a_2, \dots a_k\rangle | a_1\in A_1, a_2\in A_2, \dots,$ e a_n Î $A_k\}$
- $A^k =_{\text{def.}} \{\langle a_1, a_2, \dots, a_k\rangle | a_1, a_2, \dots, a_k\in A\}$.

11

Máquinas de Turing como Quíntuplas

- Qualquer coisa da forma $\langle Q, X, q_0, q_a, d \rangle$
- Conjunto finito de estados não vazio Q
- Alfabeto de fita X
- Estado inicial $q_0 \in Q$
- Estado de aceitação $q_a \in Q$
- Função de transição d

12

Definição de *d*

$d: Q \times (X \cup \{B\}) \rightarrow (Q \times X \cup \{B\} \cup \{L, R, N\})$

13

Lembre-se

- A função de transição *d* pode ser *parcial*
- Determinismo significa que *d* será de valor único
- Instruções inúteis são permitidas
- Definição conjunto-teorética

14

Reconhecimento da Linguagem

- *M reconhece a linguagem L*
- Se $w \in L$, então *M* escreve aceitando *1* e pára. (*M* aceita *w*.)
- Se $w \notin L$, então *M* escreve rejeitando *0* e pára. (*M* rejeita *w*.)
- Note que $0, 1 \in X$.
- Caso especial λ

15

Terminologia

- A linguagem L é *Turing-aceitável* se alguma máquina de Turing aceita L.
- A linguagem L é *Turing-reconhecível* se alguma máquina de Turing reconhece L.
- Se M reconhece L, então M aceita L, mas não necessariamente vice versa.

16

O que é Computação?

Instâncias paradigmas da computação

- Operações com dados numéricos
- Operações com dados caracteres
- Computação de funções

17

Operações Aritméticas

- 34239 + 23478378
- 2347 - 293874
- $\sqrt{}43.3421$
- 3.2^4
- 72% da população de Campinas

18

Computação de Funções

- Preparatório: Inteiros 14 e 25 são *relativamente primos* já que o mdc(14, 25) = ____
- Exemplo: A função de Euler j definida como
  $j(n) =_{def.}$ o número de inteiros $k < n$ tal que k e n são relativamente primos
- Portanto $j(16)$ = ______.

19

Manipulação de *Strings*

- Ache o comprimento da *string* *abababab bbaba*
- O que é $ababab babbab^R$?
- *ababab bbbbababa* é um palíndromo?
- Qual é a *substring* mais longa comum a GCATCCTAA e ATACTAATCCTTA?

20

Três Paradigmas Computacionais

- Aceitação de linguagem (reconhecimento)
- Computação de função numérico-teorética (funções de **N** a **N**)
- Transdução (transformação de uma entrada em uma saída apropriada)
- Máquinas de Turing implementam cada um destes paradigmas; já se considerou aceitação (reconhecimento) de linguagem

21

Representando Números Naturais

- Notação unária
- *111* representa o número natural 2
- O que representa o 0?
- O *1* “extra” é o *1 representacional*

22

Computando a Função Sucessora

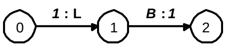


Figure 1.5.1

- Se *M* começa percorrendo a entrada *1111*, então pára percorrendo *11111.*
- As funções podem ser *parciais*
- Exemplo $f(n) = \sqrt{n}$

23

Computando Funções Binárias

- *M* computa a função adição $f(n, m) = n + m$
- Se começa percorrendo *1111B111* representando os argumentos 3 e 2, então pára percorrendo *111111* representando o argumento 5.

24

Terminologia

- Uma função numérico-teorética parcial *f* é *Turing-computável* se existe uma máquina de Turing *M* que computa *f*.

25

Funções Turing-Computáveis

- A adição é Turing-computável.
- A multiplicação é Turing-computável.
- A exponenciação é Turing-computável.

26

Máquinas de Turing como Transdutores

- Palavra reversa
- A palavra de entrada *abbb* é transformada em *bbba*.
- A palavra de entrada λ é “transformada” em λ (caso limite).

27

Resumo

- Máquinas de Turing implementam cada um dos três paradigmas.
- Aceitação de linguagem (reconhecimento)
- Computação de função numérico-teorética
- Transdução

28